

L'eau dans le sol

par **Jean-Pierre MAGNAN**

Ingénieur en chef des ponts et chaussées

Directeur technique au Laboratoire central des ponts et chaussées, Paris

Professeur de mécanique des sols et des roches à l'École nationale des ponts et chaussées

1. Généralités	C 212 - 2
1.1 L'eau dans le sol.....	— 2
1.2 L'eau dans la nature.....	— 2
2. Contraintes et pressions d'eau dans les sols	— 2
2.1 Rappels sur la notion de contrainte dans un milieu granulaire.....	— 2
2.2 Contraintes totales et contraintes effectives.....	— 3
2.3 Exemple : contraintes géostatiques et nappe au repos.....	— 4
3. Loi d'écoulement de l'eau dans le sol	— 4
3.1 Définitions.....	— 4
3.2 Loi de Darcy.....	— 5
3.3 Coefficient de perméabilité.....	— 6
3.4 Écoulement en milieu anisotrope.....	— 6
3.5 Mesure en laboratoire du coefficient de perméabilité du sol.....	— 7
4. Écoulements permanents dans les sols	— 8
4.1 Objet de l'hydraulique des sols.....	— 8
4.2 Écoulement en milieu homogène et isotrope.....	— 8
4.3 Écoulement en milieu homogène et anisotrope.....	— 9
4.4 Méthodes de résolution des problèmes d'écoulement.....	— 10
4.5 Réseau d'écoulement.....	— 12
5. Pressions d'écoulement	— 13
5.1 Interaction entre les phases solide et liquide.....	— 13
5.2 Expression de la pression d'écoulement.....	— 14
5.3 Gradient hydraulique critique.....	— 14
6. Résolution numérique des problèmes d'hydraulique des sols	— 14
6.1 Méthode des éléments finis.....	— 15
6.2 Méthode des différences finies.....	— 16
6.3 Exemples de réseaux d'écoulement.....	— 16
7. Hydrogéologie	— 18
7.1 Définition des nappes.....	— 18
7.2 Étude hydrogéologique.....	— 19
7.3 Mesure en place des coefficients de perméabilité. Essais d'eau.....	— 20
7.4 Mesure de la pression interstitielle. Piézomètres.....	— 22
Pour en savoir plus	Doc. C 212

L'eau appartient à de nombreuses sciences de la nature et de la vie. Elle intéresse les gestionnaires des ressources en eau, les chimistes, les biologistes, les météorologues, les spécialistes des sols agricoles, les écologues, les marins... Pour sa part, l'ingénieur de génie civil connaît surtout l'eau comme composante du sol et pour ses interactions mécaniques avec les ouvrages.

Dans cet article sont introduites les notions utilisées pour la description du comportement mécanique de l'eau dans les sols, notamment la loi de Darcy, base de l'analyse des écoulements de l'eau dans les milieux poreux naturels ; l'équation fondamentale des écoulements permanents dans les sols, ses méthodes de résolution et quelques exemples sont étudiés. Enfin, quelques notions d'hydrogéologie utiles pour les études de génie civil sont données.

1. Généralités

1.1 L'eau dans le sol

Nous avons vu dans ce traité [4] que l'eau peut se trouver dans plusieurs états à l'intérieur d'un sol, suivant l'intensité des forces liant ses molécules aux particules solides (figure 1). On distingue :

- l'**eau de constitution**, qui entre dans la composition chimique des minéraux dont les particules de sol sont formées ;
- l'**eau liée ou absorbé**, à la surface des grains très fins, qui est orientée par les forces d'attraction moléculaire et les forces électrostatiques ; elle a une viscosité élevée et ne transmet pas les pressions ;
- l'**eau libre**, qui circule librement dans les pores du sol sous l'effet des forces de pesanteur ;
- l'**eau capillaire**, qui, dans les sols non saturés, en présence d'air ou d'autres gaz, est retenue dans les canaux les plus fins du sol par les forces capillaires.

Ces liaisons de l'eau avec les particules du sol dépendent de la nature minéralogique des particules et de leurs dimensions. Dans les **sols fins argileux**, l'eau peut se trouver dans les quatre états indiqués ci-avant et la hauteur de la frange capillaire peut atteindre plusieurs dizaines de mètres au-dessus de la surface de la nappe. Dans les **sables**, il n'y a pas d'eau de constitution et en général pas d'eau liée et la frange capillaire a quelques centimètres de hauteur. Au-delà de la hauteur limite d'ascension capillaire (frange capillaire), l'eau n'est plus continue dans l'espace des pores et n'intervient pas de façon autonome dans le comportement mécanique du sol.

1.2 L'eau dans la nature

L'eau présente dans le sol ne représente qu'une faible partie de l'eau existant à la surface du globe terrestre. L'essentiel de cette eau est salée et se trouve dans les océans et les mers (97,2 %). L'eau douce est répartie entre les glaciers (2 %), les nappes souterraines (0,58 %, soit environ huit millions de kilomètres cubes), les lacs et cours d'eau (0,16 %) et l'atmosphère, sous forme de vapeur (0,001 %). L'eau souterraine communique avec les réservoirs d'eau douce et salée, avec les rivières et avec l'atmosphère (évaporation et précipitations). Par ailleurs, en fonction de la température, elle peut se changer en glace ou se former à partir de la glace.

Cet article ne traite que de l'**eau liquide à l'intérieur du sol**, dont l'état de pression et l'écoulement interagissent avec les déformations et la stabilité des ouvrages. La place de cette eau dans le cadre plus large de l'hydrogéologie est décrite dans le paragraphe 7.

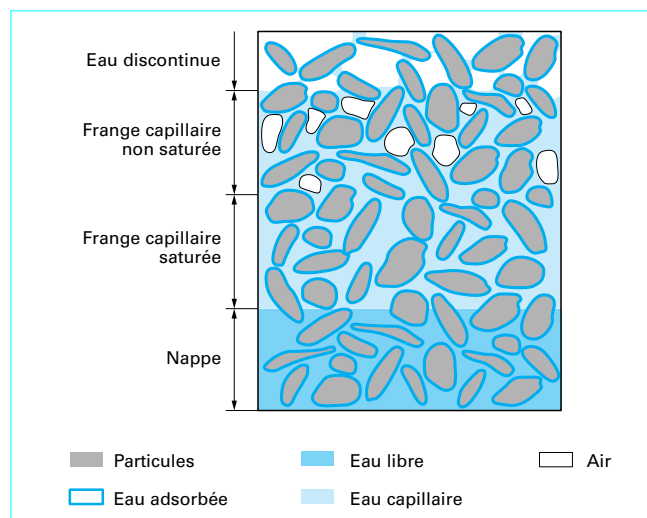


Figure 1 – Différents états de l'eau dans le sol

2. Contraintes et pressions d'eau dans les sols

2.1 Rappels sur la notion de contrainte dans un milieu granulaire

La notion de contrainte appartient à la mécanique des milieux continus, qui est utilisée pour décrire le comportement mécanique des sols.

Les contraintes sont introduites pour assurer l'équilibre interne des massifs de milieux continus : on considère un massif V de milieu continu, de forme quelconque (figure 2), que l'on suppose coupé en deux parties par une surface S . Si le massif V est en équilibre sous l'action des forces extérieures qui lui sont appliquées, les parties V_1 et V_2 de ce solide sont elles-mêmes en équilibre sous l'action des forces extérieures qui leur sont directement appliquées et des forces internes qui représentent l'effet sur V_1 des forces appliquées à V_2 (et réciproquement). Ces forces internes sont réparties sur la surface S . Si l'on note $\delta \vec{F}$ la réaction élémentaire qui s'exerce sur un élément δS de centre M de la surface S , on définit le vecteur de contrainte $\vec{\sigma}$ comme la limite du rapport $\frac{\delta \vec{F}}{\delta S}$ lorsque la surface δS tend vers zéro :

$$\vec{\sigma} = \lim_{\delta S \rightarrow 0} \frac{\delta \vec{F}}{\delta S}$$

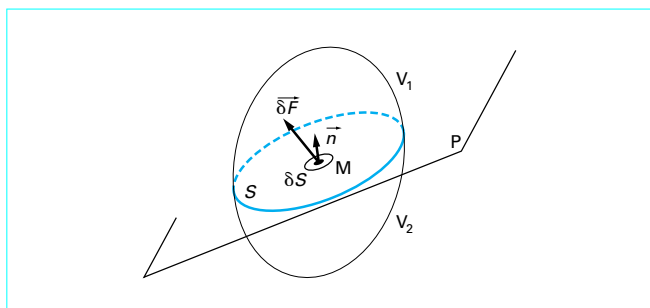


Figure 2 – Contrainte dans un milieu continu

Le vecteur de contrainte $\vec{\sigma}$ dépend à la fois du point M du milieu et de l'orientation de la surface δS en ce point (repérée par exemple par la direction de sa normale \vec{n}).

Cette définition, qui repose sur l'existence d'une limite lorsque la surface δS devient très petite, se justifie dans un milieu continu à une seule phase. Dans le cas d'un milieu granulaire comportant plusieurs phases, elle risque de ne plus intéresser que l'une des phases du milieu (particule solide, eau ou air, dans le cas d'un sol) quand la surface δS tend vers zéro. Si l'on ne regarde jamais le comportement d'un sol à l'échelle d'une particule ou d'un pore, la définition de la contrainte peut être étendue au milieu homogène constitué de l'ensemble des constituants du sol, à condition que le nombre des particules dans le volume élémentaire dV ou sur la surface élémentaire dS soit assez grand pour qu'on n'ait pas à les distinguer pour décrire le comportement de ce volume élémentaire (ou surface élémentaire) de sol. On admet en général qu'il suffit d'une dizaine de particules dans chaque direction de l'espace pour satisfaire cette condition, ce qui est souvent le cas dans la pratique (le problème ne se pose que pour les tas d'enrochements ou de blocs de rocher).

2.2 Contraintes totales et contraintes effectives

2.2.1 Contraintes totales

Dans les sols, le commentaire précédent conduit à introduire un vecteur de contrainte défini sur l'ensemble des phases, noté $\vec{\sigma}$ et appelé « vecteur de contrainte totale ». Le vecteur de contrainte totale $\vec{\sigma}$ peut être projeté sur la normale \vec{n} et sur le plan de la surface δS (figure 3). On définit ainsi :

- la contrainte totale normale σ (ou σ_n) ;
- la contrainte totale tangentielle τ ,

qui sont telles que :

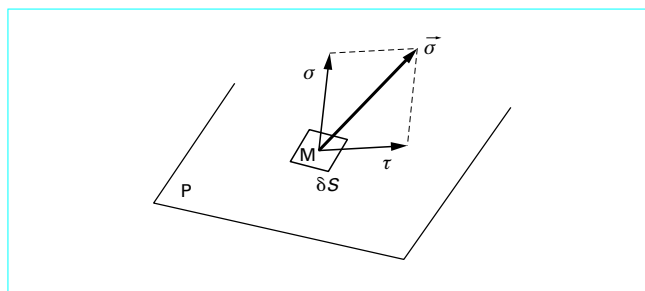
$$\vec{\sigma} = \sigma \vec{n} + \vec{\tau}$$

en désignant par \vec{n} et $\vec{\tau}$ les vecteurs unitaires de la normale et de la direction de la contrainte tangentielle dans le plan de δS .

La contrainte totale normale peut être mesurée en utilisant un capteur de pression mis en contact avec le sol.

2.2.2 Pression d'eau et pression d'air

Si les phases liquide et/ou gazeuse du sol sont continues, comme c'est le cas pour l'eau ou pour l'air dans les zones du schéma de la figure 1, les pressions se transmettent à l'intérieur de chaque fluide et on peut définir un champ de pression dans l'eau et/ou un champ

Figure 3 – Projections du vecteur de contrainte sur la normale et sur le plan de la facette δS

de pression dans l'air. On peut mesurer localement la pression de l'eau ou la pression de l'air en utilisant un capteur comportant une chambre de mesure rigide dans laquelle ne peut pénétrer que le fluide dont on veut mesurer la pression.

La pression de l'eau est appelée **pression interstitielle** et notée u . Dans certains cas, on utilise aussi la notation u_w (pour distinguer la pression de l'eau de celle de l'air) ou p_w , si le symbole « u » a une autre utilisation.

La pression de l'air est appelée « pression de l'air » ou « pression de l'air dans les pores » et notée u_a . Dans certains cas, on utilise aussi la notation p_a .

Les pressions de l'eau et de l'air, comme les contraintes totales, sont en général comptées à partir de la pression atmosphérique (à la surface d'un réservoir d'eau la pression de l'eau est nulle et la contrainte totale verticale est nulle à la surface d'un massif de sol non chargé).

2.2.3 Sols saturés. Contraintes effectives. Principe des contraintes effectives

À l'intérieur d'un massif de sol, la pression de l'eau ou la pression de l'air s'appliquent en chaque point et se combinent aux contraintes totales pour induire le comportement local du sol. Dans les sols saturés (en eau), il est admis depuis la publication du « principe des contraintes effectives » de Terzaghi en 1925 que les déformations des sols ne dépendent pas séparément des contraintes totales et des pressions d'eau mais de leur différence. On introduit pour cette raison un nouveau type de contraintes, appelées « contraintes effectives » et qui sont reliées de la façon suivante aux contraintes totales et pressions interstitielles.

Le vecteur de contrainte effective $\vec{\sigma}'$ est égal à :

$$\vec{\sigma}' = \vec{\sigma} - u \vec{n}$$

avec $\vec{\sigma}'$: vecteur de contrainte effective,
 \vec{n} : vecteur unitaire de la normale à la surface δS ,
 u : pression interstitielle.

Cette relation s'écrit aussi souvent sous la forme :

$$\begin{cases} \sigma' = \sigma - u \\ \tau' = \tau \end{cases}$$

avec σ' : contrainte effective normale,
 σ : contrainte totale normale,
 u : pression interstitielle,
 τ : contrainte totale tangentielle,
 τ' : contrainte effective tangentielle.

Comme la pression de l'eau n'a pas d'influence sur les contraintes tangentielles, τ et τ' sont le plus souvent appelées indistinctement « contrainte tangentielle ».

Le principe des contraintes effectives affirme que la contrainte effective ainsi définie détermine le comportement mécanique du sol saturé, ce qui signifie notamment qu'il n'y a pas de déformations sans variations des contraintes effectives et inversement. Il en résulte qu'une augmentation égale et simultanée de la contrainte totale normale et de la pression interstitielle est sans effet sur l'état de déformation du sol.

Nota 1 : le principe des contraintes effectives est valable lorsque la rigidité de l'empilement des particules qui constitue le squelette du sol est faible devant la rigidité des particules elles-mêmes et celle de l'eau. Il ne s'applique plus en particulier dans le cas des roches et des sols dont les particules sont cimentées.

Nota 2 : lorsque les particules des sols sont bien individualisées et ont peu d'interaction avec l'eau interstitielle (graves et sables propres), on peut montrer que les contraintes effectives sont les « contraintes intergranulaires », qui se transmettent par les particules dans la masse du sol. Dans le cas des argiles, cette démonstration n'est pas convaincante et le concept de contraintes effectives doit être admis comme un principe validé par l'expérience.

2.3 Exemple : contraintes géostatiques et nappe au repos

Dans un massif de sol saturé à surface horizontale, baigné par une **nappe en équilibre** (figure 4), on peut calculer la contrainte totale verticale σ_v et la pression de l'eau u au point P situé à la profondeur z :

— pour la **contrainte totale verticale**, l'équilibre de la couche de sol située au-dessus du point P implique que la contrainte σ_v soit égale à :

$$\sigma_v = \rho g z = \gamma z$$

avec ρ masse volumique du sol (saturé),
 g accélération de la pesanteur, habituellement prise égale à 10 m/s^2 en mécanique des sols,
 z profondeur du point P, comptée positivement vers le bas à partir de la surface du sol (convention de la mécanique des sols),
 γ poids volumique du sol (saturé) ;

— pour l'**eau** qui remplit les pores du sol, la distribution des pressions est la même que dans une nappe en équilibre hydrostatique et la pression interstitielle u est égale à :

$$u = \rho_w g z = \gamma_w z$$

avec ρ_w masse volumique de l'eau,
 g accélération de la pesanteur,
 z profondeur du point P, comptée à partir de la surface du sol,
 γ_w poids volumique de l'eau.

Par conséquent, la contrainte effective verticale au point P est égale à :

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = (\rho - \rho_w) g z = (\gamma - \gamma_w) z$$

ou :

$$\sigma'_v = \rho' g z = \gamma' z$$

en introduisant les paramètres ρ' et γ' , appelés respectivement masse volumique déjaugée et poids volumique déjaugé et égaux à :

$$\rho' = \rho - \rho_w$$

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w$$

Les contraintes calculées dans l'hypothèse d'un massif homogène à surface horizontale sont appelées contraintes géostatiques.

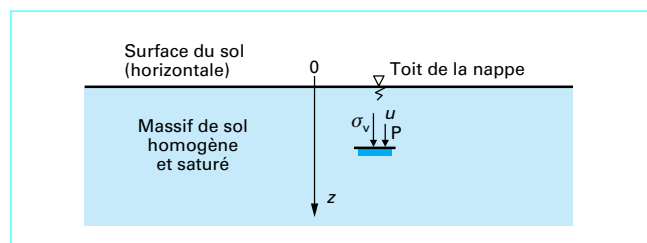


Figure 4 – Contraintes géostatiques et nappe au repos

3. Loi d'écoulement de l'eau dans le sol

On ne s'intéresse dans la suite de cet article qu'à l'**eau libre**, aussi appelée eau gravifique.

Le sol est défini par sa **porosité** :

$$n = \frac{\text{volume des vides}}{\text{volume total}}$$

supposée constante au cours du temps (en fait, pour être tout à fait exact, il faut prendre la porosité efficace, définie comme le rapport du volume des vides dans lesquels l'eau libre peut circuler au volume total). Le sol est supposé saturé dans toute la zone intéressée par l'écoulement. On admet en outre qu'il est homogène et, sauf mention contraire, isotrope.

3.1 Définitions

3.1.1 Charge hydraulique

Pour décrire les **mouvements des fluides** en mécanique des fluides, on utilise la notion de charge hydraulique, qui est une énergie potentielle par unité de volume de fluide. Pour l'écoulement de l'eau, la charge hydraulique h a pour expression :

$$h = \frac{u}{\rho_w g} + z + \frac{v^2}{2g} = \frac{u}{\gamma_w} + z + \frac{v^2}{2g}$$

avec u pression de l'eau,
 ρ_w masse volumique de l'eau,
 g accélération de la pesanteur,
 v vitesse d'écoulement de l'eau,
 z cote (altitude) du point considéré, comptée positivement vers le haut à partir d'un niveau de référence donné (convention de l'hydraulique),
 γ_w poids volumique de l'eau.

La charge hydraulique contient trois termes : les deux premiers correspondent à l'énergie des forces extérieures et le troisième à l'énergie cinétique de l'eau en mouvement. La vitesse de l'eau dans les sols est en général très faible : dans les couches d'argile, l'eau parcourt une dizaine de mètres en dix ou vingt ans (quelques millimètres par jour). Dans des cas exceptionnels, elle atteint 1 m/s . Le terme dû à l'énergie cinétique ($v^2/2g$) reste donc faible devant les

deux autres. Il est pour cette raison négligé en mécanique des sols. L'expression de la charge hydraulique se réduit donc à :

$$h = \frac{u}{\rho_w g} + z = \frac{u}{\gamma_w} + z$$

La charge hydraulique a la dimension d'une longueur et est généralement exprimée en mètres.

La pression interstitielle u se déduit de la charge hydraulique par la relation :

$$u = \gamma_w(h - z)$$

Remarque : h est la cote à laquelle remonterait l'eau dans un tube placé dans le massif de sol au point P.

3.1.2 Gradient hydraulique

Le gradient hydraulique est un vecteur défini comme l'opposé du gradient de la charge hydraulique h :

$$\vec{i} = -\vec{\text{grad}} h$$

Il a pour composantes :

$$i_x = -\frac{\partial h}{\partial x}; \quad i_y = -\frac{\partial h}{\partial y}; \quad i_z = -\frac{\partial h}{\partial z}$$

3.1.3 Surfaces équipotentielles et surfaces isopièzes

Les surfaces sur lesquelles la charge hydraulique est constante sont appelées « surfaces équipotentielles ». Les surfaces sur lesquelles la pression de l'eau est constante sont appelées « surfaces isopièzes ».

Compte tenu de sa définition, le vecteur de gradient hydraulique en un point P est normal à la surface équipotentielle qui passe par ce point.

3.1.4 Vitesse d'écoulement

Dans un sol (ou milieu poreux), les pores qui séparent les particules et sont offerts à la circulation de l'eau ont des dimensions et des formes très variables (figure 5). Les molécules d'eau suivent donc une trajectoire sinueuse et irrégulière qu'il n'est pas possible de décrire simplement.

On est donc conduit, faute de pouvoir raisonner sur les vitesses réelles, à introduire une vitesse moyenne dite « vitesse d'écoulement », définie comme la limite du rapport dQ/dS du débit dQ à travers une section dS de normale \vec{n} (figure 6).

On démontre que, dans le cas d'un fluide incompressible, le rapport dQ/dS est de la forme :

$$\frac{dQ}{dS} = \vec{v} \cdot \vec{n}$$

le vecteur \vec{v} étant défini, en chaque point, indépendamment de l'orientation de la section dS ou encore de la normale \vec{n} à cette section.

Ce vecteur \vec{v} est appelé « vitesse d'écoulement » (ou vitesse de filtration). C'est une vitesse moyenne apparente, le débit étant rapporté à la section totale du sol (particules + vides).

On définit également en chaque point la vitesse moyenne vraie, rapportée à la seule section des vides offerts à l'écoulement et notée \vec{v}' .

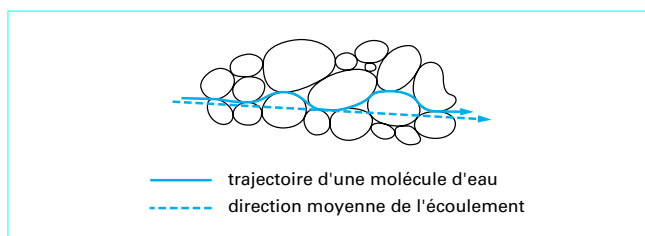


Figure 5 – Trajectoire des molécules d'eau dans un sol

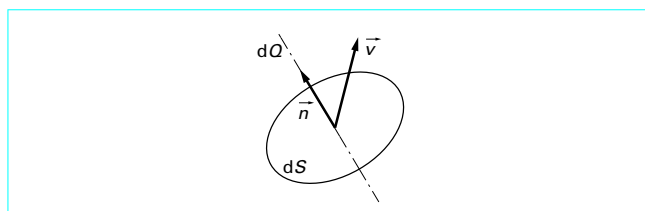


Figure 6 – Vitesse d'écoulement

La vitesse moyenne apparente \vec{v} et la vitesse moyenne vraie \vec{v}' sont liées par la relation :

$$\vec{v}' = \frac{\vec{v}}{n}$$

avec n porosité du sol.

La vitesse moyenne vraie est un peu plus grande que la vitesse moyenne apparente.

3.1.5 Lignes et tubes de courant

On appelle ligne de courant une courbe tangente en chaque point au vecteur vitesse d'écoulement en ce point. Il s'agit donc de la trajectoire (moyenne) dans le sol de l'eau qui passe par un point. Si cette courbe est rectiligne, l'écoulement est dit linéaire. Par chaque point d'un massif de sol homogène ne passe qu'une seule ligne de courant.

Les lignes de courant qui partent des points d'une courbe fermée de l'espace délimitent un volume appelé « tube de courant », qui constitue une sorte de tuyau virtuel : l'eau qui entre dans un tube de courant ne peut sortir latéralement de ce volume en coupant les lignes de courant.

3.2 Loi de Darcy

La vitesse d'écoulement de l'eau dans un massif de sol dépend de la géométrie des pores du sol offerts à la circulation de l'eau et aussi des différences de charge hydraulique entre les points du massif.

La relation entre la vitesse d'écoulement et la charge hydraulique dans un écoulement unidimensionnel a été déterminée expérimentalement en 1856 par Darcy, qui étudiait le débit de l'eau dans un tube rempli de sable. Cette relation s'écrit sous la forme :

$$v = ki$$

avec v vitesse d'écoulement,
 i gradient hydraulique, égal à $-dh/dx$ (écoulement unidimensionnel suivant la direction Ox),
 k coefficient de proportionnalité, appelé coefficient de perméabilité (§ 3.3).

Cette expression a été généralisée par Schlichter au cas d'un écoulement tridimensionnel dans un sol homogène et isotrope, sous la forme :

$$\vec{v} = k\vec{i} = -k\text{grad}h$$

avec \vec{v} vecteur de vitesse d'écoulement, $\vec{v}(x, y, z, t)$,
 \vec{i} vecteur de gradient hydraulique, $\vec{i}(x, y, z, t)$,
 k coefficient de perméabilité du sol (k constant en milieu homogène),
 h charge hydraulique $h(x, y, z, t)$.

Dans un sol isotrope, la vitesse d'écoulement est donc parallèle au gradient hydraulique, lui-même normal aux surfaces équipotentielles de l'écoulement. Par conséquent, la vitesse d'écoulement est normale aux surfaces équipotentielles.

Remarque : une nappe au repos est caractérisée par une vitesse d'écoulement nulle ($\vec{v} = 0$), donc $\text{grad}h = 0$ et la charge hydraulique est constante.

3.3 Coefficient de perméabilité

3.3.1 Dimension et valeurs

Le coefficient k de la loi de Darcy, appelé « coefficient de perméabilité », a la dimension d'une vitesse car le gradient hydraulique i est sans dimension (rapport de deux longueurs) et la vitesse d'écoulement de l'eau a elle-même la dimension d'une vitesse. Il s'exprime en général en m/s.

Le coefficient de perméabilité (appelé aussi « conductivité hydraulique ») varie largement avec la nature et l'état du sol. Il est donné généralement en puissances de 10 (10^n ou 2×10^n ou $3,5 \times 10^n$, etc.). Ses valeurs vont de 1 m/s pour les graviers très perméables à 10^{-11} m/s pour les argiles très peu perméables (tableau 1).

Le coefficient de perméabilité dépend à la fois des caractéristiques du sol et de celles de l'eau. On montre qu'il est de la forme :

$$k = \frac{K}{\mu} \gamma_w$$

avec K coefficient caractérisant l'empilement des particules du sol (ou le réseau des vides), appelé « perméabilité » ou « perméabilité géométrique » ou « perméabilité intrinsèque » et ayant la dimension d'une surface,
 μ viscosité dynamique de l'eau (proche de 10^{-6} kN·s/m² pour l'eau pure à 20 °C),
 γ_w poids volumique de l'eau.

3.3.2 Perméabilité des milieux stratifiés

Les sols naturels sédimentaires, provenant du transport et du dépôt des produits d'altération des roches, se présentent en général

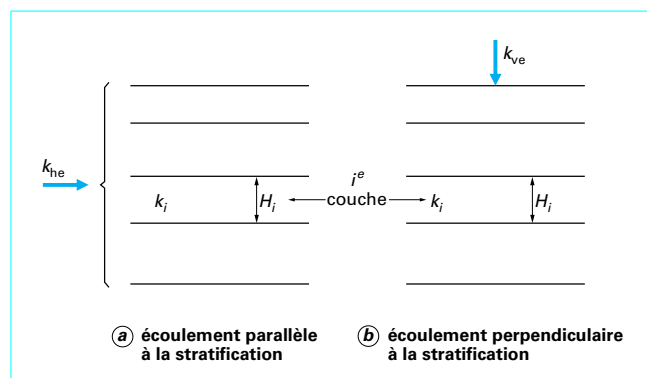


Figure 7 – Perméabilité des sols stratifiés

sous forme de couches superposées, sensiblement horizontales et de perméabilités différentes.

On peut remplacer cette succession de couches par une couche unique de perméabilité équivalente, c'est-à-dire donnant le même débit sous la même charge. En notant k_i et H_i respectivement le coefficient de perméabilité et l'épaisseur de la i^{e} couche, on obtient :

— pour un écoulement parallèle à la stratification (figure 7a), le coefficient de perméabilité équivalent k_{he} :

$$k_{he} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i H_i}{\sum_{i=1}^n H_i}$$

— pour un écoulement perpendiculaire à la stratification (figure 7b), le coefficient de perméabilité équivalent k_{ve} :

$$k_{ve} = \frac{\sum_{i=1}^n H_i}{\sum_{i=1}^n (H_i / k_i)}$$

On peut montrer que, dans tous les cas, $k_{ve} \leq k_{he}$.

3.4 Écoulement en milieu anisotrope

Dans le cas d'un massif anisotrope, la généralisation de la loi de Darcy prend la forme :

$$\vec{v} = -\vec{k}\text{grad}h = \vec{k}\vec{i}$$

avec \vec{k} tenseur (à six composantes) de perméabilité au point considéré.

Tableau 1 – Valeurs du coefficient de perméabilité des sols

Type de sol	Gravier	Sables	Limons (silts)	Argiles
k (m/s)	10^0	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}
Méthode de mesure en laboratoire	Perméamètre à charge constante		Perméamètre à charge variable	

Les mesures effectuées sur de nombreux massifs de sols anisotropes ont montré que le tenseur \vec{k} est toujours diagonalisable, c'est-à-dire que l'on peut trouver trois directions orthogonales de l'espace (OXYZ) telles que le tenseur s'écrive dans ces axes sous forme diagonale :

$$\vec{k} = \begin{bmatrix} k_X & 0 & 0 \\ 0 & k_Y & 0 \\ 0 & 0 & k_Z \end{bmatrix}$$

Dans les sols sédimentaires, les directions principales sont habituellement la direction verticale et deux directions horizontales perpendiculaires (la perméabilité est souvent isotrope dans un plan horizontal).

Dans les sols anisotropes, le vecteur de vitesse d'écoulement et le vecteur de gradient hydraulique ne sont plus colinéaires. Les lignes de courant ne sont donc plus orthogonales aux surfaces équipotentielles.

3.5 Mesure en laboratoire du coefficient de perméabilité du sol

Le coefficient de perméabilité des sols peut être mesuré en laboratoire, sur des échantillons de petit volume (quelques centaines de centimètres cubes) ou sur le terrain dans des forages. Les essais de laboratoire, qui sont décrits ici, sont habituellement effectués sur des éprouvettes de sol homogène, taillées dans les carottes prélevées sur le terrain. Les essais de terrain, qui peuvent tenir compte des hétérogénéités du massif de sol (présence de strates de matériaux plus ou moins perméables, de fissures, de failles,...) donnent souvent une image différente, à plus grande échelle et plus représentative, de la perméabilité réelle du massif de sol (§ 7.3).

La mesure directe de la perméabilité des sols en laboratoire s'effectue selon deux procédures, dites « à charge constante » et « à charge variable ». Les essais à charge constante sont mieux adaptés aux sols de forte perméabilité et les essais à charge variable aux sols de faible perméabilité (tableau 1).

3.5.1 Essais à charge constante

Les essais à charge constante imposent une différence de charge Δh constante entre les deux extrémités d'une éprouvette de sol d'épaisseur L et de section A et l'on mesure la quantité d'eau $V_w(t)$ qui traverse l'éprouvette au cours du temps (figure 8). Le coefficient de perméabilité est égale à :

$$k = \frac{\text{vitesse d'écoulement}}{\text{gradient}} = \frac{V_w(t_2) - V_w(t_1)}{A(t_2 - t_1)} \frac{L}{\Delta h},$$

où $V_w(t_1)$ et $V_w(t_2)$ sont respectivement les quantités d'eau qui ont traversé l'éprouvette aux temps t_1 et t_2 .

3.5.2 Essais à charge variable

Dans les essais à charge variable (figure 9), on observe l'écoulement à travers l'éprouvette de l'eau contenue dans un long tube de faible section a . À mesure que l'eau traverse l'éprouvette, la différence de charge entre les deux extrémités diminue et la vitesse d'écoulement diminue également, jusqu'à tendre vers un état d'équilibre. La loi de Darcy peut s'écrire à chaque instant en fonction de la différence de charge entre les deux extrémités de l'éprouvette :

$$Q(t) = k \frac{\Delta h(t)}{L} A$$

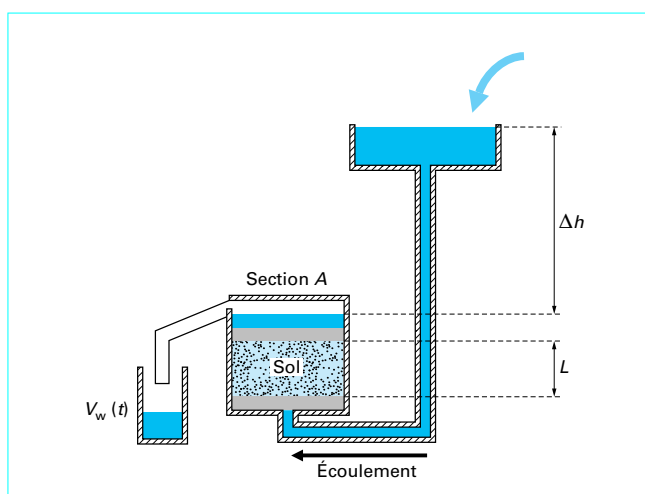


Figure 8 – Essai de perméabilité à charge constante (schéma de principe)

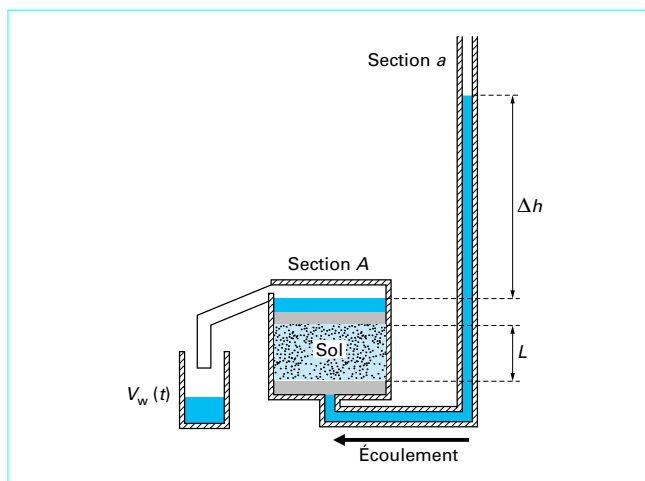


Figure 9 – Essai de perméabilité à charge variable (schéma de principe)

La différence de charge $\Delta h(t)$ varie avec le débit $Q(t)$ de l'eau qui traverse l'éprouvette :

$$Q(t) = -a \frac{d[\Delta h(t)]}{dt}$$

On en déduit l'équation différentielle que vérifie la différence de charge $\Delta h(t)$, c'est-à-dire la hauteur d'eau dans le tube :

$$\frac{d[\Delta h(t)]}{\Delta h(t)} = -\frac{A k}{a L} dt$$

puis la loi de variation de $\Delta h(t)$ en fonction du temps :

$$\ln \frac{\Delta h(t)}{\Delta h(t_0)} = -\frac{A k}{a L} (t - t_0)$$

ou :

$$\Delta h(t) = \Delta h(t_0) \exp \left[-\frac{A k}{a L} (t - t_0) \right]$$

Pour déterminer le coefficient de perméabilité k , on peut représenter graphiquement les variations du logarithme de la hauteur d'eau dans le tube en fonction du temps : k est proportionnel à la pente de la droite qui passe par les points expérimentaux. On peut aussi calculer directement la valeur de k à partir des valeurs de la hauteur d'eau dans le tube pour deux temps t_0 et t_1 :

$$k = \frac{aL}{A} \frac{1}{t_1 - t_0} \ln \frac{\Delta h_0}{\Delta h_1} = 2,3 \frac{aL}{A} \frac{1}{t_1 - t_0} \lg \frac{\Delta h_0}{\Delta h_1}$$

4. Écoulements permanents dans les sols

4.1 Objet de l'hydraulique des sols

L'hydraulique des sols a pour objet de caractériser les écoulements permanents (indépendants du temps) dans les sols, en tenant compte des conditions aux limites des problèmes analysés :

- la répartition des charges hydrauliques et des pressions interstitielles ;
- les champs des vitesses d'écoulement ;
- les débits.

Elle permet, par exemple, de résoudre les problèmes suivants :

- le calcul du débit à pomper pour assécher une fouille ;
- le calcul du débit de fuite d'un barrage dû à l'écoulement d'eau à travers le barrage et dans le sol de fondation ;
- l'étude des effets du pompage sur la forme de la nappe à proximité des alimentations existantes et sur leur débit ;
- l'étude de la répartition des pressions interstitielles dans un talus de déblai.

Des deux aspects, calcul des débits et calcul des pressions interstitielles, c'est le dernier qui est primordial en mécanique des sols. En effet, la résistance mécanique des sols est directement liée à la contrainte effective et dépend donc de la valeur des pressions interstitielles. C'est dire l'importance de la détermination des réseaux d'écoulements et, par suite, de l'hydraulique des sols.

La mise en place d'un système de drainage a bien souvent pour but de réduire les pressions interstitielles [5] en vue d'améliorer la stabilité d'un ouvrage. Il est nécessaire, pour le dimensionner correctement, de connaître les débits, mais on jugera de son efficacité par la baisse des pressions interstitielles obtenue.

Ce point mérite d'autant plus d'être souligné que les pressions sont en principe indépendantes des débits. Dans les argiles de très faible perméabilité, les débits sont insignifiants (vitesse d'écoulement de l'ordre de quelques centimètres par an), si bien qu'on peut ne pas décélérer de surface de suintement sur le parement d'un talus (débit inférieur, par exemple, aux effets de l'évaporation), alors que des pressions interstitielles existent dans le massif.

4.2 Écoulement en milieu homogène et isotrope

Il suffit, pour définir l'écoulement permanent de l'eau dans un massif de sol saturé, de déterminer la charge hydraulique $h(x, y, z)$ en tout point du massif. La pression interstitielle $u(x, y, z)$ s'en déduit en utilisant la relation :

$$u(x, y, z) = \gamma_w [h(x, y, z) - z]$$

et les vitesses, donc les débits, par la relation :

$$\vec{v} = -k \vec{\text{grad}} h$$

4.2.1 Équation générale de l'écoulement

Le milieu est supposé homogène, isotrope et saturé et l'eau incompressible (pour les valeurs des pressions interstitielles généralement rencontrées dans les sols). L'équation de conservation de la masse d'eau contenue dans un volume élémentaire dV de côtés dx , dy et dz , s'écrit :

$$\text{div} \vec{v} = -\frac{\partial n}{\partial t}$$

On rappelle que la divergence d'un vecteur \vec{v} de coordonnées v_x , v_y et v_z est égale à :

$$\text{div} \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Si le milieu est indéformable, alors la porosité n est constante et $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$, d'où la relation :

$$\text{div} \vec{v} = 0$$

En associant à cette relation la loi de Darcy généralisée :

$$\vec{v} = -k \vec{\text{grad}} h$$

on obtient :

$$\text{div}(-k \vec{\text{grad}} h) = 0$$

soit, en introduisant le Laplacien :

$$\Delta h = 0$$

La charge hydraulique $h(x, y, z)$ est donc une fonction harmonique.

La distribution des charges hydrauliques dans le massif de sol analysé est donc donnée par :

- l'équation $\Delta h = 0$ (équation de Laplace) ;
- les conditions aux limites de l'écoulement.

On voit que la distribution des charges hydrauliques ne dépend pas de la perméabilité du milieu (homogène) étudié.

4.2.2 Conditions aux limites

Les principales conditions aux limites des écoulements sont au nombre de quatre (figure 10) :

a) *surface équipotentielle*, sur laquelle la charge hydraulique est constante (AB sur la figure). Le vecteur de vitesse d'écoulement est normal à cette surface équipotentielle ;

b) *surface imperméable*, à travers laquelle le débit est nul. On en déduit que le gradient hydraulique selon la direction perpendiculaire \vec{n} est nul :

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0$$

et que le vecteur de vitesse d'écoulement est parallèle à une telle surface (surface AF sur la figure 10) ;

c) *surface libre d'écoulement*, qui vérifie simultanément deux conditions : elle est tangente au vecteur de vitesse d'écoulement et la pression interstitielle y est égale à la pression atmosphérique (c'est-à-dire à zéro) :

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0$$

et :

$$u = 0 \text{ ou } h = z$$

La surface BE de la figure est un exemple de surface libre d'écoulement ;

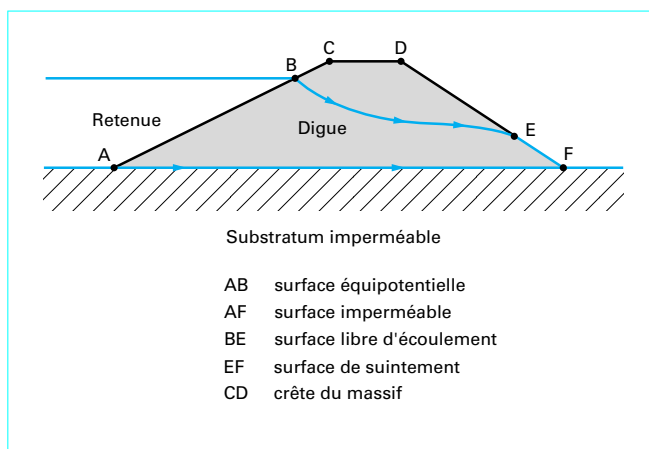


Figure 10 – Conditions aux limites d'un écoulement

d) *surface de suintement*, sur laquelle la pression de l'eau est nulle mais le vecteur de vitesse d'écoulement est dirigé vers l'extérieur du massif :

$$\frac{\partial h}{\partial n} > 0$$

et :

$$u = 0 \text{ ou } h = z$$

La surface EF est un exemple de surface de suintement.

4.2.3 Condition de continuité

Une condition de continuité est imposée pour assurer la continuité de l'écoulement dans un massif de sols, aux interfaces de couches de perméabilités différentes : le débit normal à l'interface est égal dans les deux couches, ce qui se traduit par la condition :

$$v_{n1} = v_{n2}$$

ou :

$$k_{1n} \frac{\partial h_1}{\partial n} = k_{2n} \frac{\partial h_2}{\partial n}$$

avec v_{n1}, v_{n2} vitesses d'écoulement normales à l'interface dans les couches 1 et 2, respectivement,
 k_{1n}, k_{2n} coefficients de perméabilité des couches 1 et 2, respectivement, dans la direction normale à l'interface des couches,
 h_1, h_2 charges hydrauliques dans les couches 1 et 2, respectivement,
 n direction normale à l'interface.

Les composantes des vitesses d'écoulement tangentielles à l'interface peuvent être quelconques.

Si les sols des deux couches en contact sont isotropes, alors les pentes des lignes de courant de part et d'autre de l'interface sont dans le rapport inverse des coefficients de perméabilité (figure 11) :

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{k_2}{k_1}$$

et les équipotentiels sont plus rapprochées dans le milieu le moins perméable.

Cette relation se démontre de la façon suivante. Le réseau d'écoulement de la figure 11 est tracé avec des équipotentiels séparés

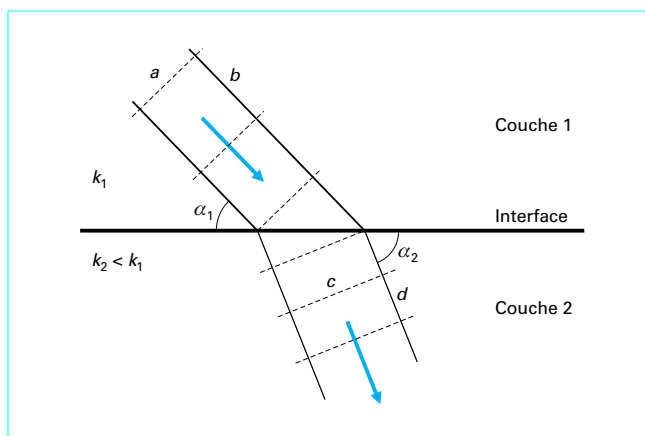


Figure 11 – Condition de continuité des débits à l'interface de deux couches de sol isotrope

du même incrément de la charge hydraulique Δh dans les deux couches. La continuité du débit de la couche 1 vers la couche 2 à l'intérieur du tube de courant représenté sur la figure impose que :

$$q_1 = q_2$$

avec :

$$q_1 = v_1 a = k_1 \frac{\Delta h}{b} a = k_1 \frac{a}{b} \Delta h$$

$$q_2 = v_2 a = k_2 \frac{\Delta h}{d} c = k_2 \frac{c}{d} \Delta h$$

On en déduit que :

$$k_1 \frac{a}{b} = k_2 \frac{c}{d}$$

d'où, compte tenu des relations :

$$\tan \alpha_1 = \frac{a}{b} \quad \text{et} \quad \tan \alpha_2 = \frac{c}{d}$$

$$k_1 \tan \alpha_1 = k_2 \tan \alpha_2$$

Si $k_1 > k_2$ et $a = b$, on démontre donc que :

$$\alpha_2 > \alpha_1$$

$$\frac{c}{d} = \frac{k_1}{k_2} > 1$$

$$\frac{b}{d} = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} > 1$$

4.3 Écoulement en milieu homogène et anisotrope

L'équation de conservation de la masse d'eau s'écrit, dans le cas d'un milieu anisotrope, sous la forme :

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

où k_x, k_y et k_z sont les trois valeurs principales du tenseur de perméabilité, correspondant aux axes O_x, O_y et O_z , respectivement.

Par le changement de coordonnées :

$$x_1 = \frac{x}{\sqrt{k_x}}, \quad y_1 = \frac{y}{\sqrt{k_y}}, \quad z_1 = \frac{z}{\sqrt{k_z}},$$

la charge $h(x_1, y_1, z_1)$ devient une fonction harmonique de (x_1, y_1, z_1) :

$$\Delta_1 h = 0$$

où Δ_1 est le laplacien dans le nouveau système de coordonnées.

L'écoulement en milieu homogène anisotrope peut donc se ramener à un écoulement en milieu homogène isotrope par un changement de coordonnées approprié.

4.4 Méthodes de résolution des problèmes d'écoulement

Les méthodes de résolution des problèmes d'écoulement dans les sols ont sensiblement évolué avec le développement des ordinateurs et des méthodes d'analyse numérique. Les méthodes de résolution classiques, fondées sur une résolution analytique directe dans les cas simples, sur la méthode analytique des transformations conformes et sur l'utilisation de l'analogie électrique, sont décrites dans cette section. Elles constituent la base de la plupart des outils utilisés pour résoudre les problèmes courants d'hydraulique des sols. Les méthodes de résolution numérique, mieux adaptées au traitement de problèmes complexes, sont traitées dans le paragraphe 6.

De nombreux écoulements à trois dimensions peuvent être ramenés, avec une bonne approximation, à des écoulements à deux dimensions, soit verticaux, soit horizontaux. Les écoulements plans verticaux se rencontrent, notamment, dans les ouvrages présentant une grande extension perpendiculairement à la direction de l'écoulement et homogènes suivant cette direction. C'est le cas, par exemple, des barrages et digues de canaux en terre, des talus de déblais et des remblais. Les méthodes de résolution classiques de l'hydraulique des sols s'appliquent à de tels problèmes bidimensionnels.

4.4.1 Résolution analytique directe

Dans certaines configurations géométriques simples, il est possible de déterminer directement les surfaces équipotentielles et lignes de courant d'un écoulement permanent. On peut alors réduire le nombre de variables d'espace dont dépend la charge hydraulique et résoudre une équation différentielle d'une seule variable. On peut citer comme exemples de telles situations le cas de l'écoulement horizontal dans une couche d'épaisseur constante limitée par deux plans imperméables (écoulement plan ou écoulement radial), ou le cas de l'écoulement à travers un tube cylindrique (perméamètre, par exemple) ou encore celui de l'écoulement superficiel dans une pente.

La solution d'un problème d'écoulement radial (figure 12) est présentée ici, pour montrer la démarche de cette analyse directe de l'écoulement : on devine facilement que les lignes de courant sont des droites radiales et les équipotentielles des cercles concentriques. On établit ensuite l'expression de la charge hydraulique h et de la vitesse d'écoulement v en fonction de la distance r au centre du cercle équipotentiel central (de rayon r_0) et de la distance r_1 du cercle extérieur où est imposée la seconde condition à la limite de l'écoulement :

Le débit surfacique Q traversant les différentes équipotentielles est le même :

$$Q = 2\pi r v = 2\pi r k \frac{dh}{dr}$$

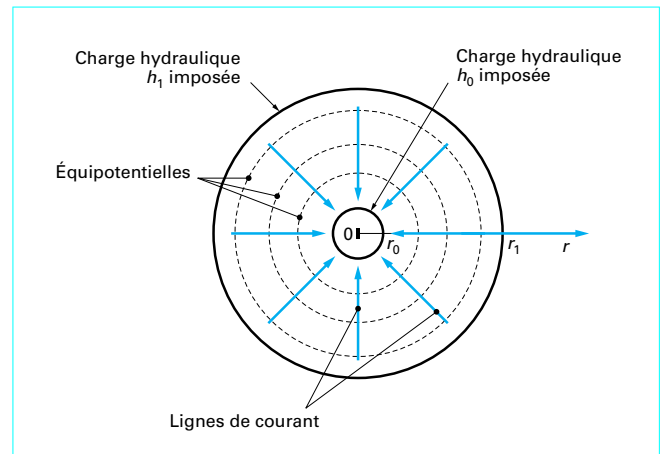


Figure 12 – Écoulement radial cylindrique : notations et réseau d'écoulement

On en déduit que la charge hydraulique vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{dh}{dr} = \frac{Q}{2\pi k r}$$

qui a une solution de la forme :

$$h = a \ln r + b$$

Les conditions aux limites imposent :

$$h_0 = a \ln r_0 + b$$

$$h_1 = a \ln r_1 + b$$

d'où :

$$h = h_0 - (h_0 - h_1) \frac{\ln r - \ln r_0}{\ln r_1 - \ln r_0}$$

Le débit Q est égal à :

$$Q = \frac{2\pi k(h_0 - h_1)}{\ln r_0 - \ln r_1}$$

4.4.2 Potentiel complexe et transformation conforme

Pour l'application de la méthode des transformations conformes, on introduit la notion de potentiel d'écoulement $\Phi = -kh$, qui est solution de l'équation $\Delta\Phi = 0$. La vitesse d'écoulement dérive du potentiel d'écoulement par l'équation $\vec{v} = \vec{\text{grad}} \Phi$.

Dans les problèmes bidimensionnels plans, le potentiel Φ est fonction de deux variables : $\Phi(x, y)$. On introduit la fonction de courant $\Psi(x, y)$, définie par :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -v_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = v_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

On montre [6] que :

— la ligne « $\Psi = \text{constante}$ » est une ligne de courant tangente au vecteur \vec{v} ;

— la fonction Ψ est harmonique : $\Delta\Psi = 0$;

— la fonction $F = \Phi + j\Psi$ est une fonction holomorphe de $z = x + jy$.

[j] désigne ici le nombre complexe dont le carré est égal à $j^2 = -1$.

On en déduit inversement que :

— les fonctions holomorphes de z définissent des écoulements plans ;

Exemple : la fonction $F(z) = a \ln z$ définit un écoulement radial vers un puits ou en provenance d'une source ponctuelle. En effet,

$$F(z) = a \ln z = a(\ln r + j\theta) \text{ avec } z = re^{j\theta};$$

$\Phi = a \ln r$: les équipotentielles sont des cercles concentriques ($r = \text{constante}$) ;

$\Psi = a\theta$: les lignes de courant sont les droites issues du centre ($\theta = \text{constante}$).

— les transformations conformes, qui établissent une correspondance entre des fonctions holomorphes, font se correspondre entre eux des écoulements plans en transformant leurs conditions aux limites.

Connaissant les fonctions $\Phi(x, y)$ et $\Psi(x, y)$, on peut déterminer les débits et les pressions interstitielles : à l'aide de la relation $dQ = \vec{v} \cdot \vec{n} dS$, on montre que le débit à travers une section de courbe AB (figure 13) est donné par l'expression :

$$Q_A^B = \Psi(A) - \Psi(B),$$

$\Psi(A)$ [respectivement $\Psi(B)$] étant la valeur de la fonction Ψ sur la ligne de courant passant par A [respectivement B].

La pression interstitielle au point A est donnée par la relation :

$$u_A = -\gamma_w \left(\frac{\Phi_A}{K} + z_A \right)$$

obtenue à partir de la définition de Φ_A :

$$\Phi_A = -kh_A = -k \left(\frac{u_A}{\gamma_w} + z_A \right)$$

Exemple 1 : tranchée drainante complète de longueur infinie

On dit qu'un ouvrage de drainage (puits ou tranchée) est complet s'il traverse la nappe sur toute son épaisseur.

■ Nappe captive (figure 14)

Soit le potentiel complexe :

$$F(z) = az + Cte = \Phi + j\Psi,$$

avec :

$$\Phi = ax + Cte,$$

$$\Psi = ay + Cte.$$

Les lignes de courant sont horizontales et les lignes équipotentielles verticales. Le vecteur de vitesse d'écoulement \vec{v} a donc pour composantes :

$$v_x = a$$

$$v_y = 0.$$

Si l'on note $h(x)$ la charge hydraulique à l'abscisse x , il vient :

$$\Phi(L_e) = -kh(L_e) = aL_e + Cte$$

$$\Phi(L_i) = -kh(L_i) = aL_i + Cte$$

d'où :

$$a = \frac{k[h(L_e) - h(L_i)]}{L_e - L_i}$$

Entre les lignes de courant $y = 0$ et $y = H$, le débit Q vaut, d'après la formule $Q_A^B = \Psi(A) - \Psi(B)$:

$$Q = \Psi(0) - \Psi(H) = -aH = \frac{kH[h(L_e) - h(L_i)]}{L_e - L_i}$$

d'où, pour une alimentation des deux côtés de la tranchée :

$$Q = \frac{2kH[h(L_e) - h(L_i)]}{L_e - L_i}$$

■ Nappe libre (figure 15)

Moyennant certaines approximations (en faisant l'hypothèse que la surface libre est peu inclinée sur l'horizontale au voisinage du puits), on montre que le débit par unité de longueur de tranchée est égal à :

$$Q = \frac{k[h(L_e)^2 - h(L_i)^2]}{L_e - L_i}$$

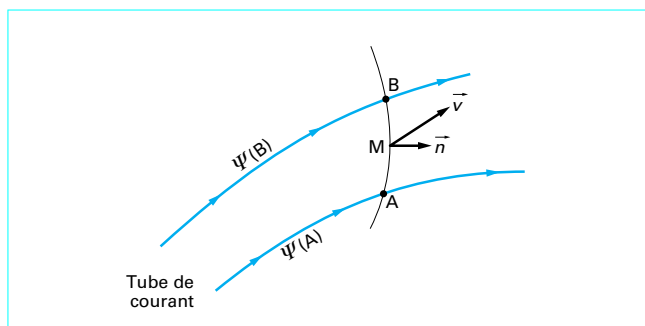


Figure 13 – Débit à travers une section de courbe AB

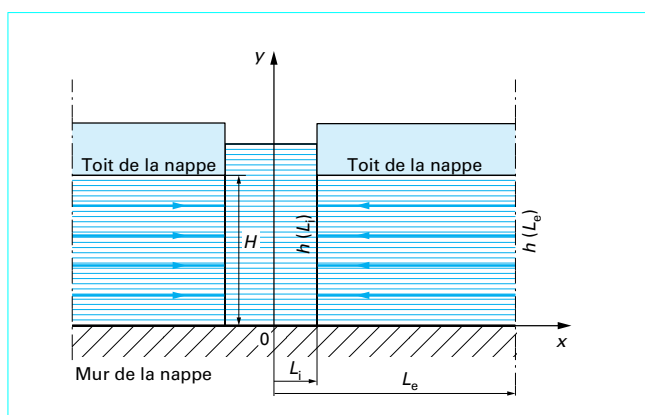


Figure 14 – Tranchée drainante complète dans une nappe captive

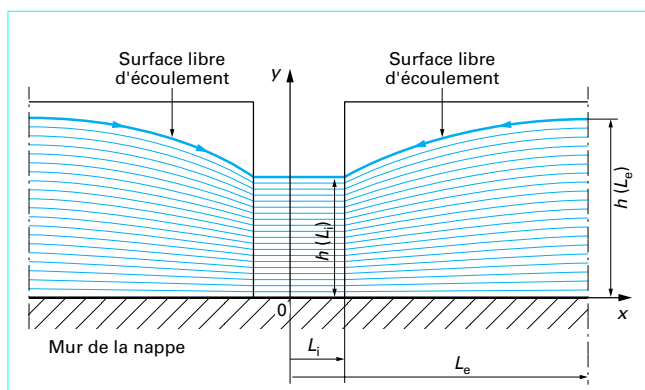


Figure 15 – Tranchée drainante complète dans une nappe libre

Exemple 2 : écoulement de révolution vers un puits complet**■ Nappe captive (figure 16)**

Soit le potentiel complexe :

$$F = \Phi + j\Psi = a \ln z + Cte,$$

avec :

$$z = re^{j\theta}$$

donc :

$$F = a(\ln r + j\theta) + Cte$$

et :

$$\Phi = a \ln r + Cte$$

$$\Psi = a\theta + Cte$$

Les lignes de courant sont les rayons vecteurs, et les lignes équipotentielle les cercles concentriques (figure 16).

Si l'on note $h(R)$ [respectivement $h(r)$], la charge hydraulique au point de rayon vecteur R [respectivement r], il vient :

$$\Phi(R) = -kh(R) = a \ln R + Cte$$

$$\Phi(r) = -kh(r) = a \ln r + Cte$$

d'où :

$$a = \frac{k[h(R) - h(r)]}{\ln(R/r)}$$

Entre les lignes de courant $\theta = 0$ et $\theta = 2\pi$, le débit Q vaut :

$$Q = \Psi(0) - \Psi(2\pi) = -2\pi a$$

d'où :

$$Q = \frac{2\pi k[h(R) - h(r)]}{\ln(R/r)}$$

■ Nappe libre

On montre que le débit est donné dans ce cas par la formule de Dupuit :

$$Q = \frac{k[h(R)^2 - h(r)^2]}{\ln(R/r)}$$

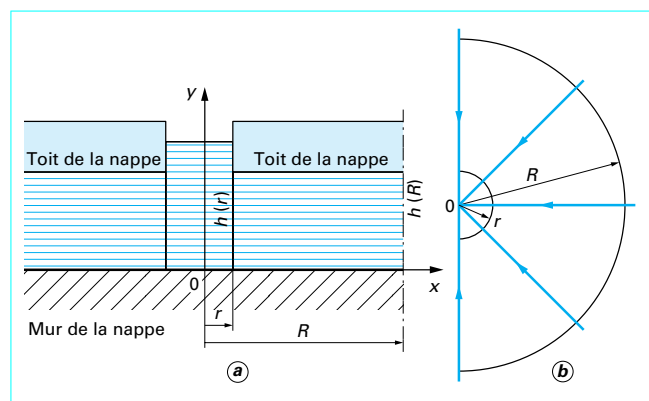


Figure 16 – Puits complet dans une nappe captive

4.5.1 Calcul des pressions et du gradient hydraulique

Les lignes équipotentielles du réseau sont habituellement tracées de manière que la perte de charge δh entre deux équipotentielles successives soit constante. Si ΔH est la différence de charge entre la limite horizontale amont et la limite horizontale aval de l'écoulement (supposée nulle) et n_h le nombre d'intervalles entre équipotentielles, la perte de charge δh est égale à :

$$\delta h = \frac{\Delta H}{n_h}$$

En un point M du réseau situé sur la j^{e} équipotentielle, la charge hydraulique vaut :

$$h(M) = \Delta H - (j-1) \delta h = \Delta H - \frac{(j-1)\Delta H}{n_h} = \Delta H \left[1 - \frac{j-1}{n_h} \right]$$

En utilisant la définition de la charge hydraulique :

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + z$$

on peut déduire de $h(M)$ la valeur de la pression interstitielle au point M, soit :

$$u(M) = \gamma_w [h(M) - z(M)]$$

Le gradient hydraulique moyen entre deux points N et M, situés sur une même ligne de courant aux intersections avec deux équipotentielles successives, est approximativement égal à :

$$i_{NM} = \frac{\delta h}{NM}$$

4.5 Réseau d'écoulement

Dans un écoulement bidimensionnel plan en milieu homogène et isotrope, l'ensemble des courbes équipotentielles et des lignes de courant constitue un réseau orthogonal appelé « réseau d'écoulement ». La figure 18 montre le réseau d'écoulement autour d'une palplanche fichée dans un milieu perméable, limité par un substratum imperméable horizontal.

Analogie électrique

Le calcul analytique des réseaux d'écoulement ne peut être effectué que dans un nombre limité de cas relativement simples. Dans les autres cas, on a eu classiquement recours à des méthodes analogiques, notamment à l'analogie électrique. Celle-ci repose sur la similitude qui existe entre les lois régissant :

- d'une part, l'écoulement de l'eau dans les milieux poreux ;
- d'autre part, la circulation de l'électricité dans un milieu conducteur.

Écoulement de l'eau

$$\vec{v} = -k \vec{\text{grad}} h$$

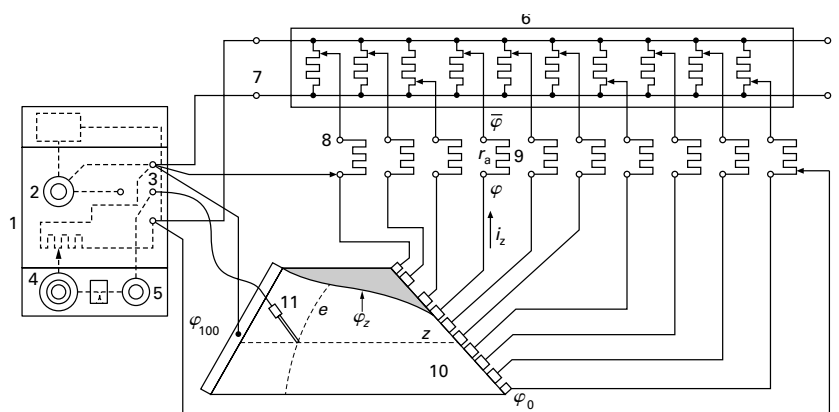
avec \vec{v} vitesse d'écoulement,
 k coefficient de perméabilité,
 h charge hydraulique.

Circulation du courant électrique

$$\vec{i} = -\frac{1}{\rho} \vec{\text{grad}} \varphi$$

avec \vec{i} intensité du courant,
 ρ résistivité,
 φ potentiel électrique.

On établit, aux limites du milieu, des potentiels électriques proportionnels aux charges hydrauliques et l'on détermine les équipotentielles par un montage en opposition (figure 17).



- | | | |
|--------------------------------|------------------------------|---------------------|
| 1 pont de mesures | 6 pont potentiométrique (PP) | 11 sonde |
| 2 sélecteur de tensions | 7 entrée alimentation PP | e équipotentielle |
| 3 sorties alimentation + sonde | 8 sorties curseur PP | i_z courant |
| 4 vernier 1 000 points | 9 résistances additionnelles | r_a résistance |
| 5 lecteur de zéro | 10 modèle | ϕ potentiel |

Figure 17 – Appareillage d'analogie électrique pour le tracé des réseaux d'écoulement

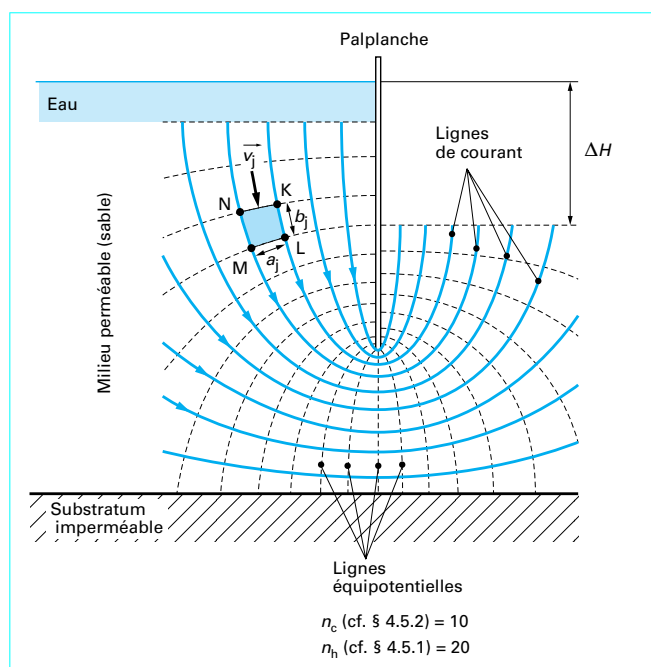


Figure 18 – Réseau d'écoulement autour d'une palplanche

Le gradient hydraulique est donc d'autant plus grand que les lignes équipotentielle sont rapprochées. Dans le cas particulier de la palplanche, on constate que les gradients hydrauliques sont les plus élevés au pied de la palplanche.

4.5.2 Calcul des débits

Dans un tube de courant limité par deux lignes de courant, le débit est constant. Si l'on note a_j et b_j les côtés de la maille élémentaire KLMN du réseau (figure 18), q_j le débit dans le tube de courant et v_j la vitesse d'écoulement sur KL, il vient :

$$q_j = v_j a_j = k i_j a_j = k \frac{\delta h}{b_j} a_j$$

d'où le débit total :

$$Q = k \delta h \sum_j \frac{a_j}{b_j}$$

On trace aussi en général le réseau d'écoulement de telle manière que le débit soit le même dans chaque tube de courant limité par deux lignes de courant successives ($a_j/b_j = \text{constante}$). Le rapport a_j/b_j est d'ailleurs, en général, pris égal à un. On obtient alors, en notant n_c le nombre de tubes de courant, l'expression du débit :

$$Q = k \delta h n_c$$

d'où :

$$Q = k \Delta H \frac{n_c}{n_h}$$

5. Pressions d'écoulement

5.1 Interaction entre les phases solide et liquide

La perte de charge suivant l'écoulement de l'eau dans le sol traduit la dissipation d'énergie résultant de l'interaction de l'eau avec les particules du sol. Inversement, l'eau en mouvement exerce sur ces particules une action appelée « pression ou poussée d'écoulement ».

Cette pression d'écoulement s'ajoute à la pression qu'exerce sur le sol l'eau en équilibre hydrostatique (poussée d'Archimède) et qui conduit à calculer dans un sol baigné par une nappe au repos un poids volumique déjaugé (§ 2.3).

5.2 Expression de la pression d'écoulement

5.2.1 Écoulement unidimensionnel

On considère (figure 19) deux massifs de sol identiques, dont l'un est baigné par une nappe au repos ① et l'autre est le siège d'un écoulement vertical dirigé vers le bas ②. Dans chaque cas, le sol est recouvert d'une couche d'eau d'épaisseur H . À droite, l'eau s'écoule à travers le sol vers un réservoir, dont le déversoir, situé à la profondeur D sous la surface de l'eau, fixe le niveau de la charge hydraulique à la limite inférieure de la couche de sol.

L'axe vertical est dirigé vers le bas et son origine est fixée au niveau du point A, de sorte que la charge hydraulique au point A est égale à H .

En un point M, situé à la profondeur z sous la surface du sol, les contraintes verticales et la pression de l'eau valent :

$$\begin{aligned} \text{①} \quad \sigma_v &= \gamma z + \gamma_w H \\ u &= \gamma_w (z + H) \\ \sigma'_v &= (\gamma - \gamma_w) z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{②} \quad \sigma_v &= \gamma z + \gamma_w H \\ u &= \gamma_w (z + H - \delta h) \end{aligned}$$

avec δh perte de charge dans l'écoulement entre les points A et M,
 D perte de charge totale de l'écoulement.

On en déduit :

$$\sigma'_v = (\gamma - \gamma_w) z - \gamma_w \delta h = (\gamma - \gamma_w) z + i \gamma_w z$$

avec :

$$i = -\frac{\delta h}{z} = \frac{D}{L} \text{ gradient hydraulique,}$$

d'où :

$$\sigma'_v = (\gamma' + i \gamma_w) z$$

L'écoulement fait donc apparaître, en plus du déjaugage, une force volumique égale à $i \gamma_w$ et dirigée dans le sens de l'écoulement.

5.2.2 Cas général

On démontre que, dans le cas général (figure 20), l'écoulement dans un sol saturé a pour effet :

- de déjauger le sol, dont le poids volumique γ est remplacé par le poids volumique déjaugé $\gamma' = \gamma - \gamma_w$;
- d'exercer sur les particules du sol une pression d'écoulement égale à $i \gamma_w$ par unité de volume, avec i le vecteur de gradient hydraulique.

5.3 Gradient hydraulique critique

Si l'écoulement est vertical **ascendant**, l'expression de la contrainte effective verticale devient :

$$\sigma'_v = (\gamma' - i \gamma_w) z$$

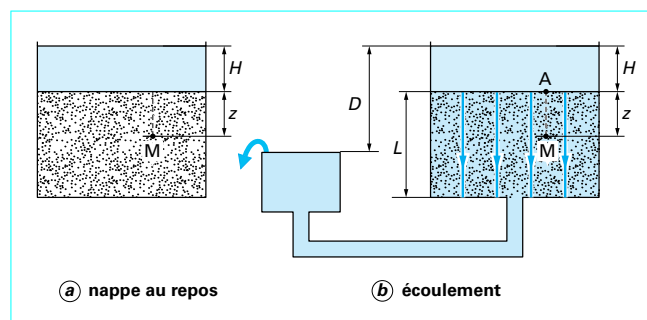


Figure 19 – Poussée d'écoulement (écoulement unidimensionnel)

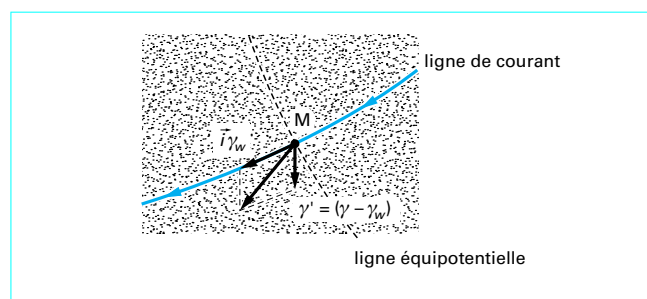


Figure 20 – Pression d'écoulement (cas général)

Le poids volumique du sol déjaugé est donc réduit de $i \gamma_w$.

Si la contrainte effective verticale σ'_v vient à s'annuler, pour $i \gamma_w = \gamma'$, le sol perd toute résistance. La valeur correspondant du gradient hydraulique est appelée « gradient hydraulique critique » et notée i_c :

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

Si l'on se reporte au réseau d'écoulement autour de la palplanche de la figure 18, on a déjà noté que le gradient hydraulique i est maximal au voisinage du pied de la palplanche. Si le gradient hydraulique moyen i_m sur la longueur de la fiche de la palplanche est supérieur au gradient hydraulique critique, c'est-à-dire si :

$$i_m > \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

le sol peut se soulever brusquement avec bouillonnement. Ce phénomène est appelé « soulèvement hydraulique » ou « phénomène de renard ». Il présente un réel danger auquel il faut prendre garde lors de l'ouverture des fouilles sous la nappe.

6. Résolution numérique des problèmes d'hydraulique des sols

Depuis le début des années 1970, les méthodes de résolution numérique des équations différentielles qui régissent un grand nombre de phénomènes fondamentaux de la physique et de la mécanique ont connu un développement spectaculaire, lié à la croissance des performances des ordinateurs. Les équations décrivant les écoulements d'eau dans les sols font partie des équations

qui se prêtent bien à une résolution numérique. La méthode numérique la plus fréquemment utilisée est la méthode des éléments finis [7] (§ 6.1). La méthode des différences finies [8] est aussi utilisée pour résoudre certaines catégories de problèmes (§ 6.2).

6.1 Méthode des éléments finis

La résolution de l'équation différentielle de l'écoulement permanent :

$$\operatorname{div}(\vec{k} \operatorname{grad} h) = k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

dans un domaine V s'effectue avec trois types de conditions aux limites (figure 21) :

- condition de charge imposée ($h = \bar{h}$) sur la partie S_h de la frontière du massif ;
- condition de flux imposé (flux nul sur une surface imperméable) sur la partie S_v de la frontière du massif ;
- condition de pression imposée (surface libre ou de suintement) sur la partie S_u de cette frontière.

La démarche suivie pour développer la formulation du problème en éléments finis comporte deux étapes :

- on ramène d'abord la recherche de la solution du système différentiel à celle du minimum d'une fonctionnelle (principe variationnel) ;
- on transforme ensuite le problème de la recherche d'une fonction inconnue minimisant cette fonctionnelle en celui du calcul d'un nombre fini d'inconnues, par décomposition du domaine V en un nombre fini d'éléments sur chacun desquels on impose le type de variation de la fonction inconnue.

La fonctionnelle de l'écoulement permanent s'écrit :

$$J(h) = \frac{1}{2} \int_V k^{ij} \frac{\partial h}{\partial x_i} \frac{\partial h}{\partial x_j} dV - \int_{S_v} h f_1 dS$$

avec f_1 fonction de flux imposé sur la surface S_v .

Pour la discrétisation du domaine de l'écoulement étudié, on décompose V en sous-domaines élémentaires V_E , appelés éléments (figure 21), à l'intérieur desquels on approche la charge hydraulique h inconnue par un développement polynomial :

$$h = N H_E$$

avec N matrice des fonctions d'interpolation de la charge hydraulique entre les nœuds du maillage,
 H_E vecteur des valeurs nodales de la charge hydraulique.

La géométrie de l'élément est définie par les coordonnées des nœuds de cet élément (contenues dans le vecteur X_E) et par les fonctions de forme F_i qui sont les fonctions d'interpolation des coordonnées. Ces fonctions relient les coordonnées du point courant de l'élément aux coordonnées de ses nœuds. Lorsque les fonctions F et N sont identiques, l'élément est dit isoparamétrique.

La figure 22 montre différentes formes d'éléments utilisés pour les calculs bidimensionnels et tridimensionnels en éléments finis.

La transformation du problème de minimisation de la fonctionnelle $J(h)$ en une équation matricielle se poursuit en remplaçant chaque terme de cette fonctionnelle par son expression discrétisée, ce qui produit une expression de la forme :

$$J_E(h) = \frac{1}{2} {}^t H_E K_E H_E - {}^t F_{SE} H_E$$

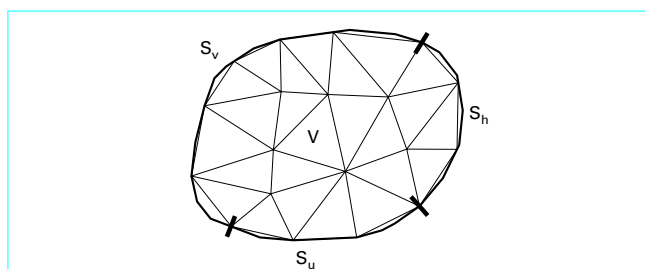


Figure 21 – Décomposition du domaine d'écoulement en éléments finis

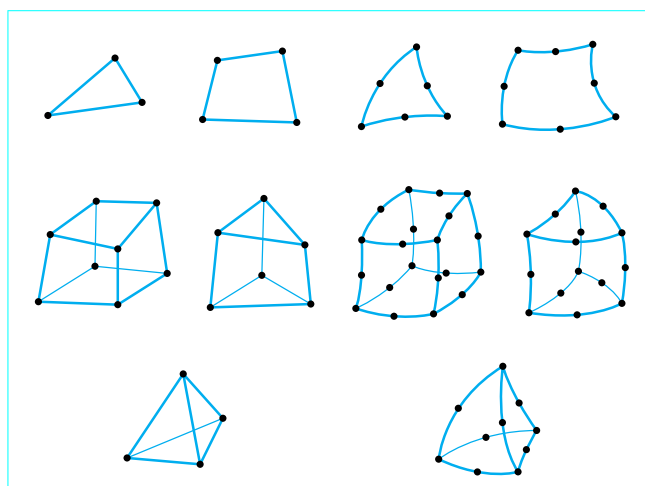


Figure 22 – Exemples d'éléments finis bidimensionnels et tridimensionnels

où l'on trouve différentes matrices définies au niveau de chaque élément V_E :

$$K_E = \int_{V_E} N_c K N_c dV_E = \int_{V_E} {}^t N_L {}^t J^{-1} K J^{-1} N_L |J| d\xi d\eta d\zeta$$

N_c matrice des dérivées des fonctions d'interpolation N par rapport aux coordonnées globales du maillage,

K matrice des perméabilités élémentaires,

N_L matrice des dérivées des fonctions d'interpolation N par rapport aux coordonnées locales (ξ, η, ζ) ,

J matrice jacobienne (dérivées des fonctions de forme F par rapport aux coordonnées locales),
 $|J|$ déterminant de la matrice J ,

${}^t F_{SE} = \int_{S_E} G(N) dS_E$ contribution des flux imposés à l'élément V_E ,

S_E frontière de l'élément V_E .

On impose ensuite que la fonctionnelle $J(h)$ soit minimale en écrivant que :

$$\delta J_E = {}^t H_E K_E \delta H_E - {}^t F_{SE} \delta H_E$$

est nul pour toute valeur δH_E admissible (satisfaisant les conditions aux limites). On en déduit que, dans chaque élément :

$$K_E H_E = F_{SE}$$

On repasse ensuite au repère général (indice G) du maillage (coordonnées x, y, z), ce qui introduit des matrices P^k « d'extraction » des nœuds des éléments (indexés avec l'exposant k) dans la liste générale des nœuds (matrices formées de zéros et de uns) :

$$H_E^k = P^k H_G$$

et :

$$F_{SE}^k = P^k F_G$$

Puis on « assemble » les éléments, c'est-à-dire que l'on somme les termes de l'équation matricielle relative à chacun des éléments :

$$\sum_k H_E^k K_E^k \delta H_E^k = H_G \left(\sum_k P^k K_E^k P^k \right) \delta H_G = \sum_k F_{SE}^k \delta H_E^k = F_G \delta H_G$$

On obtient ainsi une équation matricielle de la forme :

$$K_G H_G = F_G$$

dans laquelle K_G regroupe les informations sur la perméabilité du sol, H_G est le vecteur des charges hydrauliques nodales inconnues et F_G est le vecteur des débits nodaux imposés.

La résolution de cette équation matricielle nécessite l'inversion de la matrice K_G , puis le calcul de :

$$H_G = K_G^{-1} F_G$$

Cette démarche peut être étendue à la résolution des problèmes d'écoulements transitoires et non linéaires, avec surface libre et avec surface de suintement.

6.2 Méthode des différences finies

Avant le développement de la méthode des éléments finis, la méthode des différences finies a été largement utilisée pour la résolution de l'équation différentielle des écoulements dans les sols. Cette méthode discrétise les équations différentielles en remplaçant chaque dérivée par le rapport de la variation de la fonction pour un petit incrément de la variable à cet incrément de la variable. Il existe de nombreuses façons d'écrire les dérivées discrétisées : ainsi, pour la dérivée première d'une fonction $h(x)$, on peut utiliser trois expressions, en fonction des valeurs prises par la fonction h aux nœuds de la grille de discrétisation des variables (x, y, \dots) (figure 23) :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

ou :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

ou encore :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i-1,j}}{2\Delta x} + O(\Delta x)$$

dans lesquelles $O(\Delta x)$ représente l'erreur de discrétisation.

Pour les dérivées secondes, on déduit du développement de la fonction $h(x, y, \dots)$ en série de Taylor l'expression discrétisée :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + O((\Delta x)^2)$$

et ainsi de suite pour les dérivées successives de la fonction h .

De nombreux ouvrages ont été consacrés à la théorie des différences finies, à la précision, à la convergence et à la stabilité de cette méthode de résolution numérique [1]. Pour la résolution de l'équa-

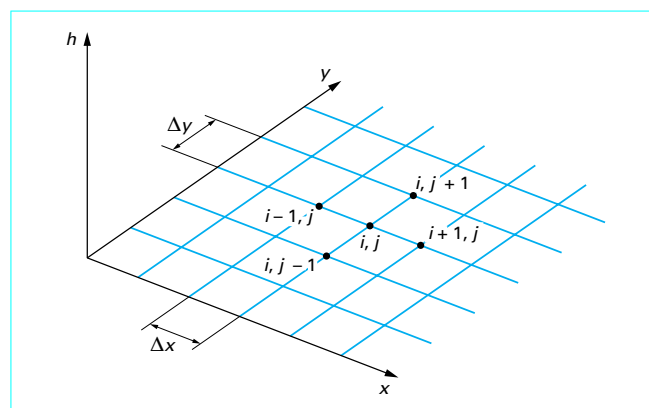


Figure 23 – Grille de discrétisation de la fonction h dans le plan (x, y)

tion différentielle des écoulements permanents bidimensionnels en milieu isotrope, on établit l'équation discrétisée :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{h_{i,j-1} - 2h_{i,j} + h_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} = 0$$

Si l'on introduit le vecteur H inconnu de composantes $(h_{i,j})_{i=1,m;j=1,n}$, le problème peut s'écrire sous forme matricielle $KH = Q$, où K est une matrice symétrique dont les coefficients dépendent du schéma aux différences finies.

Dans le cas d'une variable unique x (cas unidimensionnel), discrétisée de façon régulière (Δx constant), l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} = 0$$

avec ses conditions aux limites, conduit ainsi à l'équation matricielle :

$$\frac{1}{(\Delta x)^2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_i \\ h_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Matrice} \\ \text{des} \\ \text{conditions} \\ \text{imposées} \end{bmatrix}$$

La matrice de ce système est dite « tridiagonale ».

Dans le cas de deux variables x et y , la matrice K est « pentadiagonale » (une diagonale et deux sous-diagonales inférieures et supérieures non nulles). Le système linéaire $KH = Q$ est ensuite résolu par des méthodes classiques d'analyse numérique.

6.3 Exemples de réseaux d'écoulement

6.3.1 Écoulements dans un massif de sol saturé sans surface libre

La résolution de l'équation matricielle $K_G H_G = F_G$ fournit les charges hydrauliques aux nœuds du maillage, compte tenu des conditions aux limites (charges ou flux imposés) et des chargements (débits nodaux). La figure 24 montre le maillage utilisé pour calculer le réseau d'écoulement autour d'un ensemble symétrique de trois galeries. La figure 25 représente les équipotentielles et les lignes de courant obtenues.

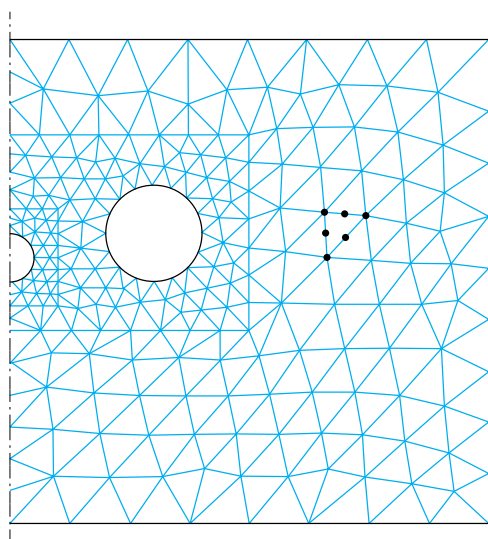


Figure 24 – Maillage d'éléments triangulaires à six nœuds utilisé pour calculer l'écoulement de l'eau autour de trois galeries

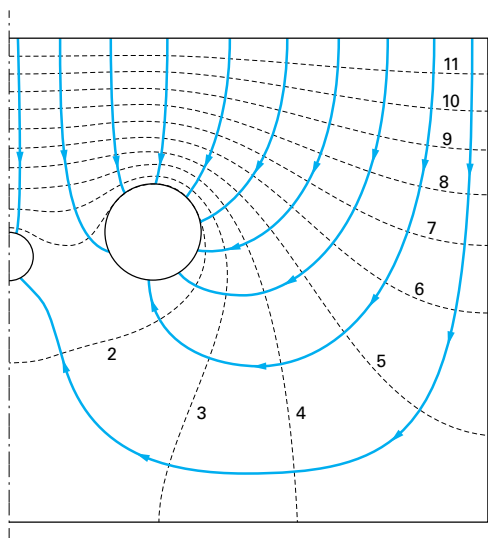


Figure 25 – Réseau d'écoulement autour de trois galeries

6.3.2 Écoulements dans un massif de sol saturé avec surface libre

Dans ce type de problème, la position de la surface libre, qui est à la fois une ligne de courant et une ligne de pression nulle, est une inconnue. L'utilisation de procédés de déformation du maillage ou d'éléments particuliers permet, par itérations successives, de converger vers la solution du problème. Les deux exemples suivants illustrent l'application de cette technique au cas des digues.

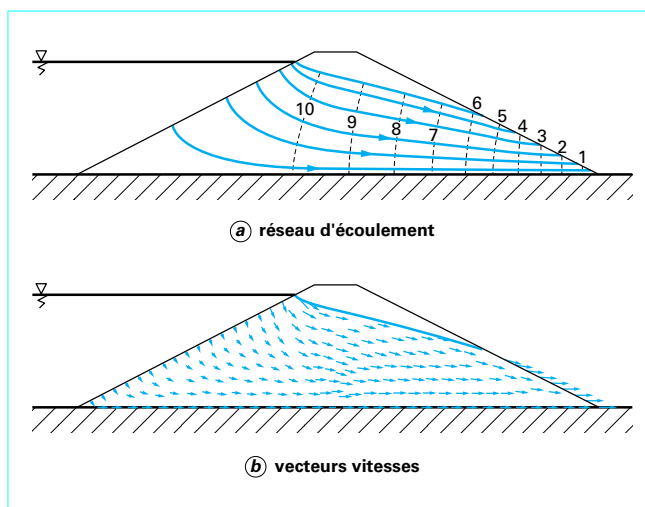


Figure 26 – Réseau d'écoulement dans une digue homogène sans drain

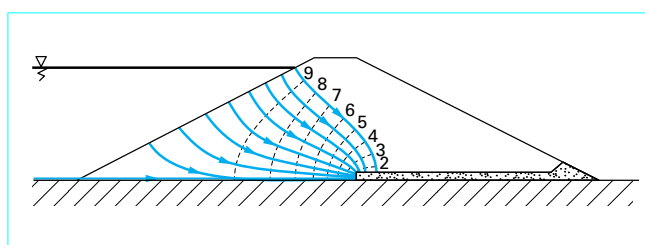


Figure 27 – Réseau d'écoulement dans une digue homogène avec drain aval

La figure 26 montre le réseau d'écoulement dans une digue homogène reposant sur un substratum imperméable.

La figure 27 présente le réseau d'écoulement dans la même digue, équipée d'un drain horizontal, côté aval. On observe que la présence du drain fait disparaître la surface de suintement qui existait en pied de talus aval sur la figure 26.

6.3.3 Calcul des nappes aquifères

Ce type de problème tridimensionnel se ramène à un problème bidimensionnel si l'on néglige la composante verticale de la vitesse d'écoulement et si l'on résout les équations non plus en perméabilité mais en transmissivité (produit de la perméabilité par la hauteur d'eau dans l'aquifère). On est dans ce cas ramené à un problème non linéaire que l'on résout de manière itérative. Ce type de calcul permet de prévoir, après calage, l'effet de diverses perturbations apportées à l'équilibre de la nappe aquifère par des pompages, des infiltrations, l'impact d'ouvrages, etc.

6.3.4 Écoulement tridimensionnel vers un tunnel

La figure 28 montre les hypothèses géométriques et le maillage utilisé pour le calcul tridimensionnel en éléments finis de l'écoulement de l'eau vers un tunnel en construction dans un massif de sol homogène [2]. La forme du réseau d'écoulement est fortement

influencée par les conditions aux limites sur la paroi latérale du tunnel : les gradients hydrauliques sont concentrés autour de la tête du tunnel lorsque la paroi latérale du tunnel est imperméable (figure 29b), alors que l'ensemble du massif est drainé de façon plus régulière lorsque toute la surface du tunnel est perméable (figure 29a).

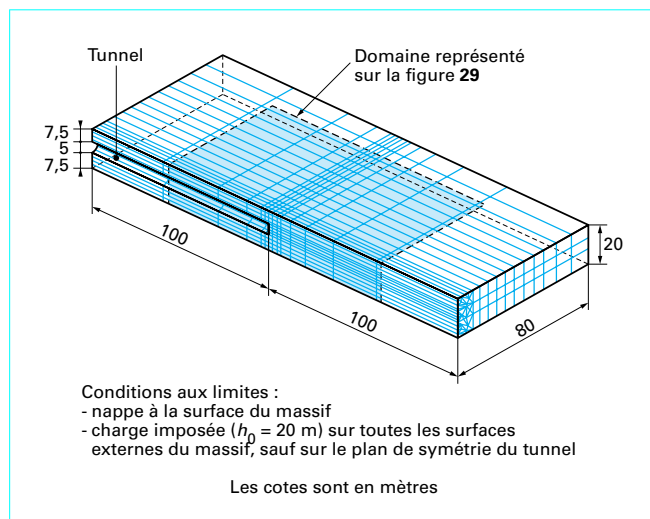


Figure 28 – Données géométriques et maillage pour le calcul tridimensionnel en éléments finis de l'écoulement de l'eau vers un tunnel en construction

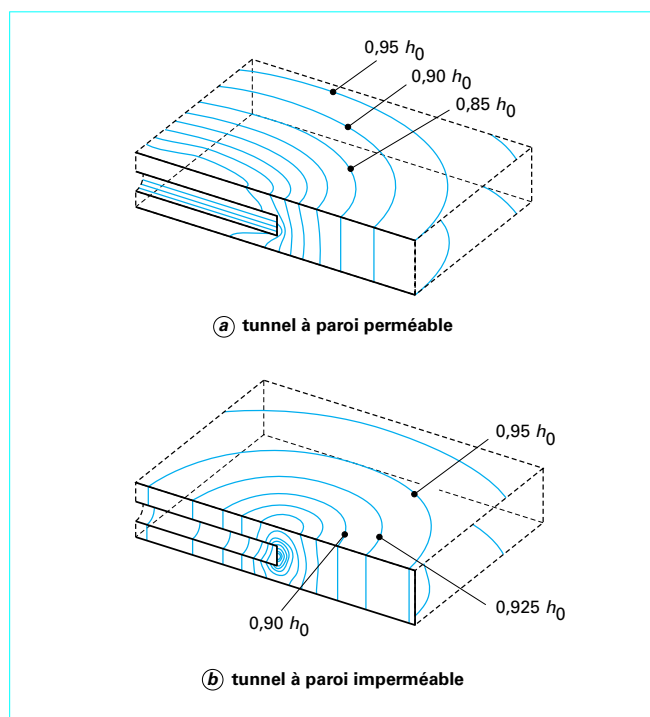


Figure 29 – Réseaux d'équipotentiels déduits du calcul tridimensionnel sur la figure 28

7. Hydrogéologie

Dans les paragraphes précédents, nous avons étudié les mouvements de l'eau dans les pores des sols. Ces mouvements se produisent dans la nature, cadre naturel de la géologie et sont l'objet d'étude de l'hydrogéologie.

7.1 Définition des nappes

Une nappe souterraine ou nappe d'eau est constituée par l'ensemble de l'eau saturant un terrain et dont les différentes parties sont en liaison continue, à travers des pores, des fissures ou des chenaux [3]. Cette définition très générale ne fait intervenir ni la perméabilité du terrain ni la charge hydraulique. Elle s'applique bien aux nappes contenues dans les éboulis, où l'eau circule préférentiellement dans des chenaux tout en baignant les zones plus argileuses.

Les hydrogéologues, qui s'intéressent principalement aux formations susceptibles de fournir un débit important, ont choisi une définition un peu différente, en distinguant entre formations perméables et formations imperméables. Cette notion est relative : une formation dont le coefficient de perméabilité vaut 10^{-5} m/s est imperméable par rapport à une autre formation de coefficient de perméabilité 10^{-3} m/s, mais elle est perméable par rapport à une formation de coefficient de perméabilité 10^{-7} m/s.

On définit :

- les terrains **aquifères**, dans lesquels l'eau circule librement ;
- les terrains **aquicludes**, dans lesquels l'eau ne circule que très lentement et qui sont donc incapables d'alimenter une source de façon suffisante ;
- les terrains **aquifuges**, totalement imperméables à l'eau.

Il existe très peu de terrains aquifuges (granite non fissuré). On représente habituellement les sols comme des alternances de terrains aquifères et aquicludes et, contrairement à la définition de Schoeller [3], on admet qu'il existe une nappe par aquifère, en négligeant les contacts de ces nappes à travers les terrains moins perméables.

La figure 30 montre différentes configurations de nappes dans la nature. La notion de nappe suppose implicitement que le sol est saturé d'eau et que l'eau est en pression. Tous les terrains, même perméables, ne contiennent pas de nappe. Il peut exister des zones de ruissellement en milieu non saturé et des terrains perméables sans eau.

On appelle :

- **surface de la nappe**, la surface de l'eau limitant la partie supérieure de la nappe ;
- **nappe libre**, une nappe dont la surface piézométrique (définie plus loin) est confondue avec la surface ;
- **nappe phréatique**, la première nappe libre atteinte à partir de la surface du sol ;
- **nappe captive**, une nappe dont la surface piézométrique est située au-dessus de sa surface.

L'aquifère est donc limité vers le haut par une formation imperméable, appelée **toit de la nappe**. Si la surface piézométrique est située au-dessus du terrain naturel, la nappe est dite **artésienne**.

Les nappes sont souvent situées dans des couches aux limites (toit, au-dessus, et mur, au-dessous) pratiquement horizontales, à l'échelle des études hydrogéologiques. Dans ce cas, on admet souvent que la composante verticale du gradient hydraulique est négligeable par rapport à sa composante horizontale (il n'y a pas d'écoulements significatifs dans la direction verticale). Cela implique que :

- les surfaces équipotentielles de la nappe sont des cylindres à génératrice verticale, dont il suffit de connaître la section dans un

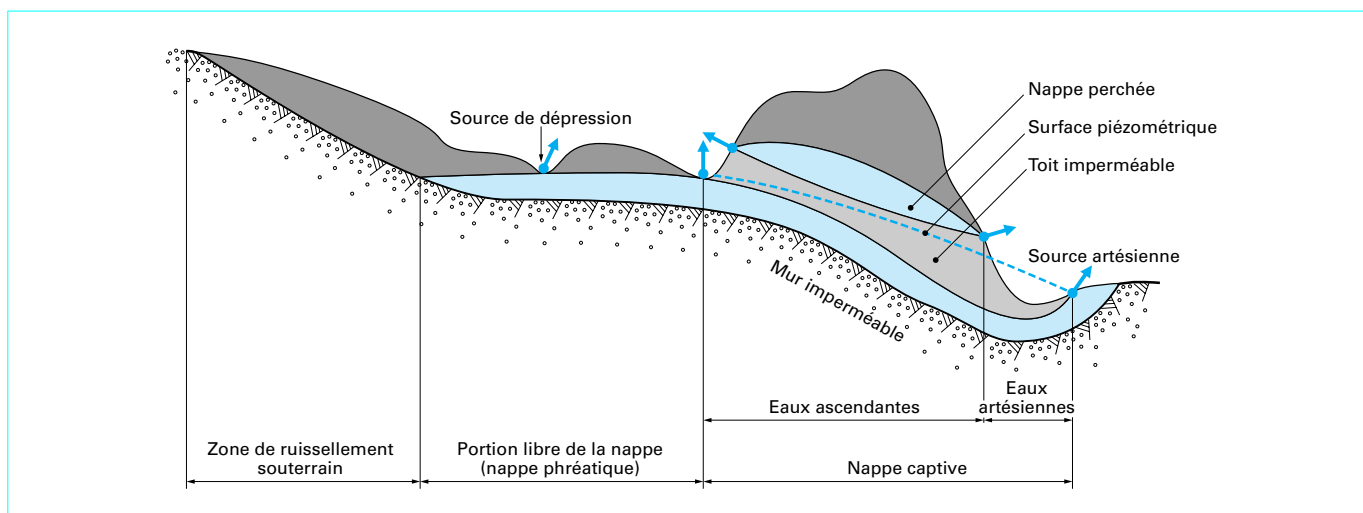


Figure 30 – Éléments d'une nappe

plan horizontal. La charge hydraulique de l'eau peut alors être mesurée en un point donné au moyen d'un piézomètre (§ 7.4), indépendamment de l'altitude de la crépine, c'est-à-dire du niveau où l'on mesure la pression de l'eau. Le lieu géométrique des niveaux d'eau dans les piézomètres est la **surface piézométrique** ;

- les lignes de courant sont planes et horizontales ;
- la représentation de la nappe peut être faite dans un plan : la surface piézométrique y est représentée par ses lignes de niveau, souvent appelées improprement **courbes isopièzes** (en réalité, **courbes équipotentielles**).

7.2 Étude hydrogéologique

L'étude hydrogéologique est une composante importante de toute étude géotechnique. C'est elle qui caractérise la présence et l'état des eaux dans les terrains concernés par les projets. Elle conduit, en particulier, à localiser les niveaux aquifères, puis à les décrire.

L'inventaire hydrogéologique (relevé des puits et des piézomètres existants, mesure du débit des sources) permet de dénombrer les nappes et de les situer. Chaque nappe est ensuite étudiée séparément.

La connaissance de la surface piézométrique des nappes est essentielle car son interprétation apporte les éléments suivants (figure 31) :

- les limites du bassin hydrogéologique, qui ne coïncident pas nécessairement avec celles du bassin versant (figure 32) ;
- les lignes de courant, perpendiculaires aux courbes équipotentielles ;
- les axes de drainage et les relations entre rivières et nappes alluviales. Une divergence des lignes de courant indique une zone d'alimentation. Une convergence des lignes de courant indique un point bas de la surface piézométrique, dont une zone d'exutoire favorable pour un captage.

La géométrie du mur et du toit de la nappe doit être étudiée de manière précise car son rôle est très important pour l'étude et la réalisation des travaux.

Toutes ces données sont généralement présentées sous forme de cartes.

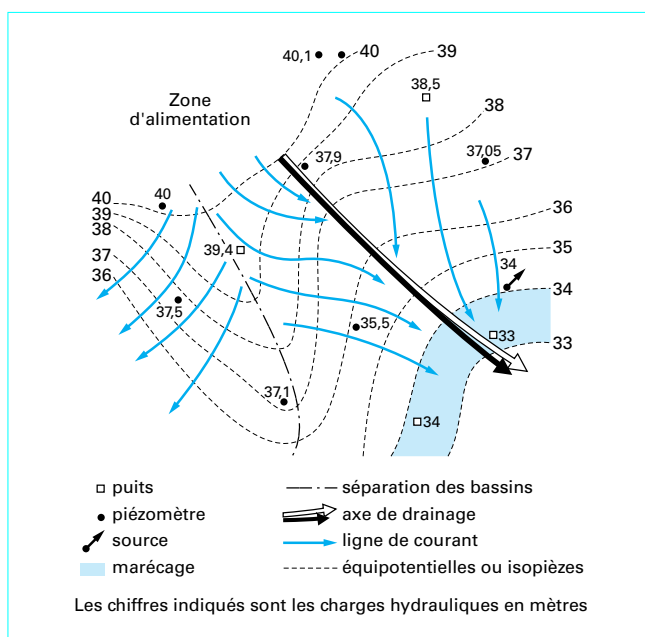


Figure 31 – Surface piézométrique et interprétation

Pour prévoir le drainage d'une nappe ou son exploitation, il est nécessaire de connaître le mécanisme de son alimentation, qui ne peut être compris que si l'on suit l'évolution de la nappe pendant une année au moins, pour pouvoir établir des corrélations entre pluviométrie et niveau piézométrique. Ce niveau pouvant varier énormément selon les saisons, l'étude permettra de choisir l'époque la plus favorable pour l'exécution des travaux.

Une étude hydrogéologique n'est utile que si elle est complète, c'est-à-dire que si :

- elle a une durée suffisante, au moins égale à une année ;
- elle analyse l'ensemble du bassin hydrogéologique intéressé par les travaux, qui peut déborder largement de l'emprise du projet.

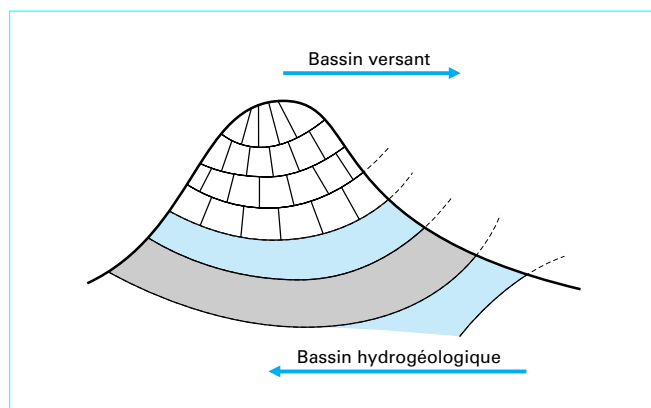


Figure 32 – Bassins versants superficiel et hydrogéologique

7.3 Mesure en place des coefficients de perméabilité. Essais d'eau

Nous avons déjà défini (§ 3) le coefficient de perméabilité et décrit les méthodes de détermination de ce paramètre en laboratoire. Les mesures de perméabilité à petite échelle donnent souvent une vue biaisée de la perméabilité d'un massif de sol et il est important de réaliser en complément des mesures de perméabilité sur le terrain, dites **essais d'eau**.

On distingue deux types d'essais de perméabilité en place : l'essai ponctuel et l'essai de pompage.

7.3.1 Essai ponctuel. Essai Lefranc

L'essai ponctuel de perméabilité, appelé aussi **essai Lefranc** dans les formations meubles ou peu consolidées, est habituellement exécuté en même temps que le forage dans lequel on le réalise. Il consiste à injecter ou pomper de l'eau à débit constant dans une cavité, limitée latéralement et à sa partie inférieure par la paroi du forage et, à la partie supérieure, par un bouchon étanche. On crée ainsi une variation de charge hydraulique Δh dans la cavité. Lorsque le régime d'équilibre est atteint, le débit Q est lié à la variation de la charge hydraulique et au coefficient de perméabilité k du massif par la relation linéaire :

$$Q = k C \Delta h$$

avec Q (m^3/s) débit constant,
 k (m/s) coefficient de perméabilité cherché,
 C (m) coefficient dépendant de la forme de cavité,
 Δh (m) variation de charge observée dans la cavité.

En pratique, on assimile la cavité à une sphère de même surface de rayon r . Le coefficient C vaut alors $4\pi r$.

Pour obtenir une meilleure précision, on pompe ou injecte successivement à plusieurs valeurs du débit (figure 33). Généralement, on préfère injecter.

Dans les terrains peu perméables, on procède d'une manière différente, car les débits sont trop faibles. On augmente ou diminue la charge dans la cavité et on étudie le retour à l'équilibre.

L'essai Lefranc est rapide à réaliser, mais la zone de terrain intéressée par la mesure est peu étendue (de l'ordre de 5 m autour de la cavité). La précision est également faible et il faut réaliser de nombreux essais sur un site pour obtenir la valeur moyenne du coefficient de perméabilité et une idée de l'hétérogénéité du site. L'essai

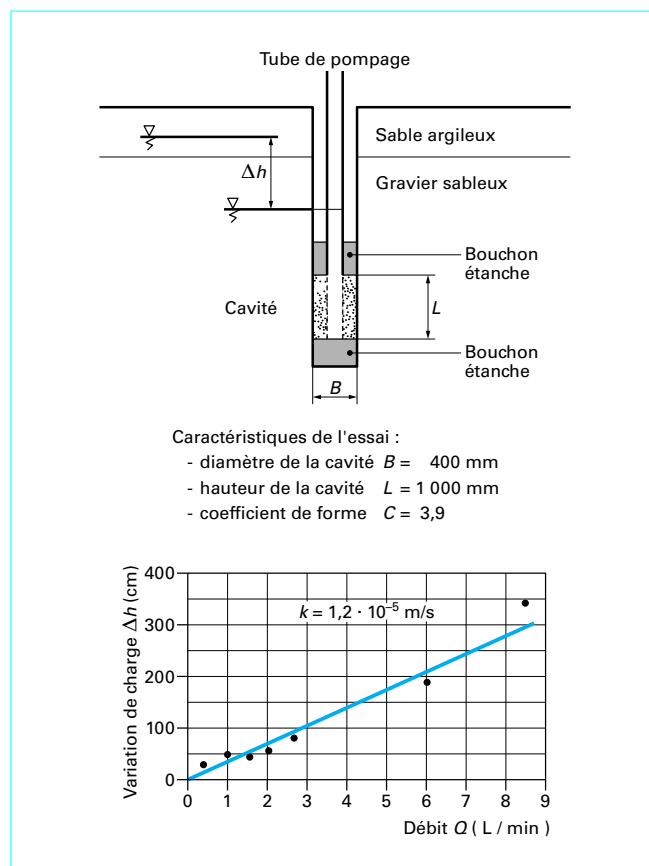


Figure 33 – Essai Lefranc : interprétation

est réalisé soit au fur et à mesure de l'avancement du forage, soit dans les piézomètres.

L'essai Lefranc est décrit par la norme française NF P 94-132.

7.3.2 Essai Lugeon

Dans les formations compactes et fissurées, l'essai ponctuel est réalisé sous pression dans une tranche de forage limitée soit par le fond et un obturateur, soit par deux obturateurs (figure 34). Il s'appelle alors **essai Lugeon**. La réalisation de l'essai Lugeon est délicate. La perméabilité du terrain est exprimée en unités Lugeon. Elle caractérise surtout l'état de fissuration du massif et la possibilité de circulation de l'eau.

L'essai Lugeon est décrit par la norme française NF P 94-131.

7.3.3 Essai de pompage

L'essai de pompage est destiné à estimer le coefficient de perméabilité global ou « en grand » des sols, ainsi que le facteur d'emmagasinement et le rayon d'action du pompage. On le réalise dans un puits de diamètre suffisant pour y descendre une pompe ou une crépine. Des piézomètres sont disposés autour du puits. On pompe ensuite à débit constant et on suit l'abaissement du niveau de la nappe dans le puits et dans les piézomètres.

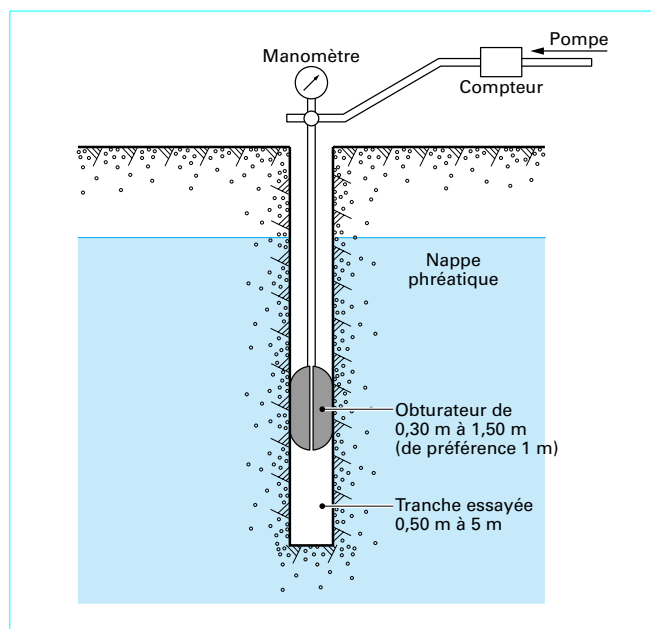


Figure 34 – Essai Lugeon : principe

Régime transitoire

Dans un milieu homogène et isotrope, cet abaissement (ou rabattement) Δ de la nappe suit la loi d'évolution suivante en fonction du temps :

$$\Delta = \frac{Q}{4\pi kH} W(u)$$

avec	Δ	(m) rabattement,
	Q	(m ³ /s) débit constant,
	k	(m/s) coefficient de perméabilité cherché,
	H	(m) épaisseur de la nappe,
	$W(u)$	fonction tabulée (courbe de Theis, voir par exemple Schoeller [3]),
	u	$= \frac{r^2 S}{4kHt}$,
	r	(m) distance au puits,
	S	facteur d'emménagement (sans dimension). Ce coefficient caractérise la quantité d'eau que le terrain peut libérer,
	t	(s) temps.

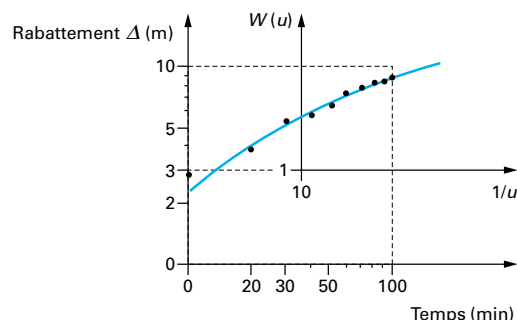
On obtient ainsi, pour chaque piézomètre, une valeur du coefficient de perméabilité k et on attribue au terrain la valeur moyenne des k mesurés (figure 35).

Après l'arrêt du pompage, on enregistre la remontée de la nappe dans les piézomètres, car les courbes ainsi obtenues sont souvent plus régulières qu'à la descente.

Régime permanent

Si l'on pompe pendant assez longtemps, le niveau de l'eau se stabilise dans les différents piézomètres. Pour une nappe libre, on peut établir la relation suivante, dite formule de Dupuit :

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{R}$$



— courbe théorique, dans le repère $[1/u, W(u)]$

Les résultats de l'essai sont reportés sur le papier bilogarithmique (t, Δ)

On dispose, sur un papier bilogarithmique transparent, de la courbe théorique $W(u)$, que l'on superpose aux résultats expérimentaux.

Dans le cas présent, à la valeur $W(u) = 1$ correspond la valeur $\Delta = 3$ m

$$\text{On a donc } 3 = \frac{Q}{4\pi kH} \times 1.$$

Connaissant $Q = 0,3$ m³/s, on obtient

$$kH = \frac{0,3}{3 \times 4\pi} = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

La reconnaissance a fourni par ailleurs l'épaisseur H de la nappe

La translation horizontale permet, de façon analogue, de calculer S

Figure 35 – Essai de pompage en régime transitoire : interprétation

avec	H	(m) épaisseur de la nappe libre avant le rabattement,
	h	(m) épaisseur de la nappe après rabattement, à la distance r du puits,
	r	(m) distance radiale à partir de l'axe du puits,
	R	(m) rayon d'action du puits, qui est la distance à partir de laquelle on peut considérer le rabattement dû au pompage de débit Q comme nul.

Si l'on dispose de plusieurs piézomètres, comme le prévoient les procédures d'essai, on porte les résultats des mesures sur un graphique $\lg r = f(H^2 - h^2)$. Les points s'alignent sur une droite de pente $\frac{2,3Q}{\pi k}$ (figure 36). Son intersection avec l'axe des abscisses

donne la valeur du rayon d'action R , nécessaire pour le calcul du coefficient de perméabilité.

Pour une nappe captive, il faut remplacer $H^2 - h^2$ par $2e\Delta$, où e désigne l'épaisseur de la nappe captive.

L'essai de pompage est décrit par la norme française NF P 94-130.

Un seul débit de pompage est nécessaire pour obtenir le coefficient de perméabilité. La durée de l'essai de pompage peut donc être de l'ordre de la journée (pompage et étude de la remontée). Toutefois, s'il est nécessaire de connaître les conditions de réalimentation de la nappe, il faut pratiquer un essai de longue durée (de quelques jours à une semaine) en augmentant le débit par paliers.

L'essai de pompage donne une valeur moyenne de la perméabilité dans un volume très grand (typiquement, un cylindre de 200 m autour du puits, de hauteur égale à celle de la nappe). La précision obtenue est bonne (10 %). Cependant, pour que l'interprétation soit correcte, il est nécessaire de disposer d'une étude géologique et hydrogéologique détaillée.

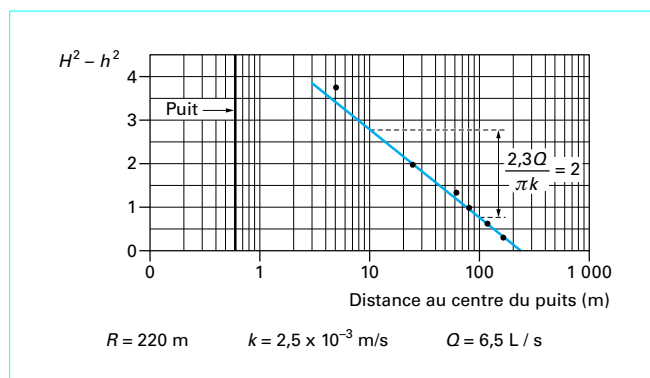


Figure 36 – Essai de pompage : interprétation en régime permanent

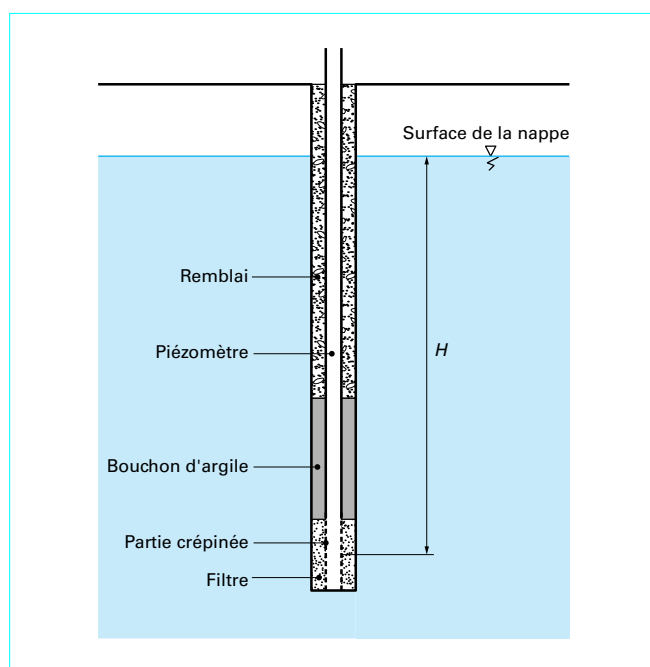


Figure 37 – Piézomètre ouvert

L'essai de pompage est préférable à l'essai Lefranc. Il est plus onéreux mais ses résultats sont plus sûrs. Toutefois, l'essai est impossible quand le débit de pompage est inférieur à $1 \text{ m}^3/\text{h}$, ce qui correspond généralement à un produit « épaisseur de la nappe \times coefficient de perméabilité » inférieur à $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

7.4 Mesure de la pression interstitielle. Piézomètres

La mesure des pressions interstitielles dans les sols s'effectue au moyen de piézomètres. Le piézomètre le plus simple (figure 37) est constitué d'un tube dont la partie inférieure est crépinée (perforée)

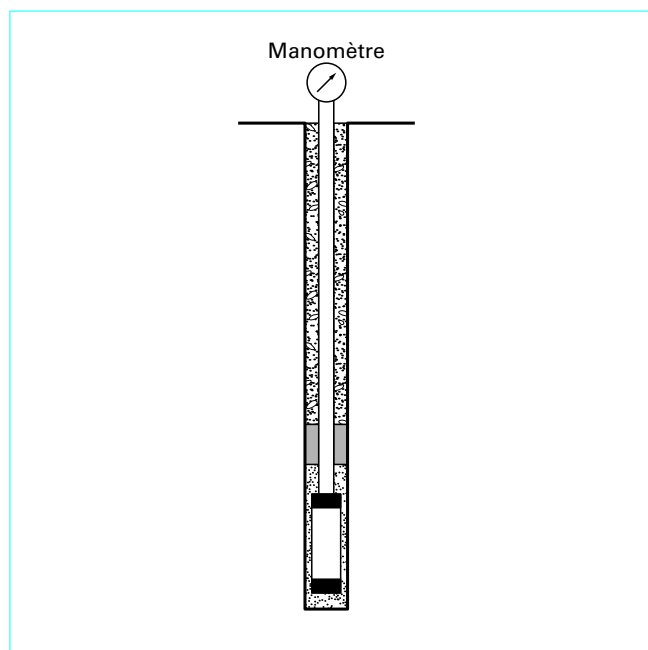


Figure 38 – Piézomètre fermé de type hydraulique

pour permettre à l'eau de pénétrer dans le tube. La partie crépinée du tube doit être isolée du reste de la nappe par un bouchon étanche, afin de limiter les dimensions de la zone où la pression est mesurée. L'eau se stabilise dans le tube au niveau (piézométrique) qui équilibre la pression interstitielle au niveau de la crépine. Le repérage du niveau de l'eau dans le tube permet donc de déterminer la pression cherchée.

Lorsque la charge ou la pression varie au cours du temps, le niveau d'eau dans le tube varie après échange d'eau avec le terrain. Si celui-ci est très perméable (typiquement, pour un coefficient de perméabilité supérieur à 10^{-5} m/s), ces variations sont instantanées. Sinon, elles nécessitent un certain temps, dit *temps de réponse du piézomètre*, qu'il est nécessaire de limiter si l'on veut mesurer des variations rapides de la pression d'eau. On peut réduire le temps de réponse de deux façons : soit en réduisant le diamètre du tube de mesure, soit en utilisant des piézomètres fermés, dont la cavité de mesure est limitée à quelques centimètres cubes. Ces piézomètres fermés sont de plusieurs types :

- les piézomètres hydrauliques (figure 38) reliés à l'appareil de mesure (manomètre ou capteurs de différents types) placé à la surface du sol par l'intermédiaire d'une tubulure remplie d'eau désaérée ;
- les piézomètres à membrane comportant, au contact de l'eau dans le capteur, une membrane dont la déformation est mesurée par différentes techniques et sert à évaluer la pression de l'eau dans la cavité de mesure :
 - application d'une contre-pression derrière la membrane, dans les piézomètres à contre-pression pneumatique ou hydraulique ;
 - mesure des déformations de la membrane au moyen d'une corde vibrante (piézomètres à corde vibrante) ;
 - mesure des déformations de la membrane au moyen de jauges collées sur la membrane (piézomètres électriques à jauges).

Si les techniques de mesure des pressions interstitielles sont bien au point, la pose des piézomètres conditionne la qualité des mesures et doit faire l'objet d'une attention constante.